NOTE

NOUA TEORIE RUSĂ A BETONULUI ARMAT

— *Consideraţiuni generale* —

Pe baza a numeroase experienţe făcute şi observând unele neajunsuri ale sistemului curent de a calcula betonul armat, savanţii ruşi *Stolearov*, *Iviansky* şi alţii, studiind mai de aproape proprietăţile fizice, mecanice şi elastice ale betonului armat au ajuns la concluzii interesante, concluzii pe care *Iviansky* în cartea sa « Betonul armat » le înglobează în ceea ce el numeşte, « teoria nouă a betonului armat: calculul după stadiul de curgere ».

Această nouă metodă porneşte dela câteva obiecţiuni care se aduc circulării germane şi anume:

1. In calculul construcţiei se ia în considerare modul de lucru al betonului armat şi repartizarea rezistenţelor corespunzătoare sarcinilor de exploatare (sarcinile ce corespund rezistenţelor admisibile alese).

2. Rezistenţele admisibile sunt astfel alese încât coeficienţii de siguranţă pentru beton şi fier sunt diferiţi, şi nu se poate cunoaşte coeficientul de siguranţă al întregei construcţii.

3. In calcul, — pentru a putea calcula cu formula lui *Navier* sau pentru calcule de compresiune — se întroduce valoarea constantă n, valoare care în realitate variază, depinzând de felul betonului, vârstă, rezistenţe şi o serie de alţi factori.

Elementele de bază ale nouei teorii, remediază aceste neajunsuri ale teoriei clasice, punând în evidenţă în primul rând un coeficient de siguranţă al întregei construcţii. Astfel—pentru calcul—se împart solicitările elementului aspectiv printr'un coeficient de siguranţă (asupra alegerii acestui coeficient, se va reveni) — coeficient care poate fi acelaşi pentru întreaga construcţie — şi se calculează ţinând seama de repartizarea efectivă a eforturilor în momentul ruperii. Această repartizare e diferită de aceea ce corespunde sarcinilor de exploatare.

Astfel dacă în timp ce betonul atinge rezistenţa sa admisibilă — să spunem 40 kg/cm² — fierul se încarcă cu de 15 ori mai mult — pe măsură ce solicitarea creşte şi deci rezistenţa în beton — acesta sileşte fierul să se încarce cu mai mul decât de 15 ori rezistenţa sa — aşa încât — după cum se constată experimental — fierul atinge rezistenţa sa de curgere, în timp ce betonul atinge rezistenţa sa de rupere: fenomenul de rupere se produce deci simultan.

Aceasta revine la a spune că prin creşterea solicitării — raportul $n = \frac{E_f}{E_b}$ se modifică, din cauza scăderii lui *Eb*, aşa încât la rupere el ajunge egal cu raportul rezistenţei de curgere a fierului, prin rezistenţa de rupere a betonului.

Tot astfel, la piesele încovoiate, ipoteza lui *Bernoulli*, care putea fi admisă în dreptul rezistenţelor admisibile, nu mai poate fi admisă la rupere. Repartiţia eforturilor în beton nu mai este triunghiulară, ci — după cum se constată experimental — aproape parabolică — pentru calcul se admite astfel o parabolă cubică.

In calculul după noua metodă, — se admite — ca şi în teoria clasică că betonul nu ia tensiuni.

CALCUL LA COMPRESIUNE EXIALĂ

Forţa care solicită elementul respectiv, N_{rupere}, este împărţită, dela început prin coeficientul de siguranţă k, coeficient care după normele ruseşti din 1939 se ia pentru elementele comprimate centric, în cazul când în calcul au intrat numai încărcările de bază (fără vânt, temperatură) $K = 2,2$ — iar când în calcul s'a ţinut seama şi de eforturile date de vânt şi temperatură se ia $K = 2,0$ (când se ţine seama și de construcţie se merge la $K = 1,8$).

Conform celor spuse mai sus, $Nr = \Omega_b R_{pr} + \Omega_a \sigma_c$ unde R_{pr} este rezistenţa la rupere a betonului şi σ_c rezistenţa la curgere a fierului, iar N, forţa pe care o poate suporta un stâlp este prin urmare

$$N = \frac{N_r}{K} = \frac{\Omega_b R_{pr} + \Omega_a \sigma_c}{K}$$

formulă cu care se determină sarcina capabilă a unui stâlp. In acelaş mod — formula de verificare a unui stâlp, este: $K = \frac{\Omega_c R_{pr} + \Omega_a \sigma_c}{N}$, iar pentru dimensionare, ţinând seama de faptul că:

$$\Omega_a = \mu \Omega_b \text{, unde } \mu \text{ este procentul de armare,}$$

avem:

$$N = \frac{\Omega_b R_{pr} + \mu \Omega_b \sigma_c}{K} = \frac{\Omega_b (R_{pr} + \mu \sigma_c)}{K}$$

de unde:

$$\boxed{\Omega_b = \frac{NK}{R_{pr} + \mu \sigma_c}}$$

In privinţa valorilor rezistenţelor Rpr, normele ruseşti au fixat în raport cu diferitele mărci de betoane, o marcă fiind definită prin rezistenţa la rupere a cubului, după 28 zile, următoarele valori:

TABLOUL 1

Marca betonului	350	300	250	200	170	140	110	90
$R_{pr} = R_{prizmatică}$	225	200	175	145	125	108	88	73

Mărcile curent întrebuinţate fiind M_{170}, M_{140} şi M_{110}.

Pentru calculul stâlpilor se ia următorul tabloul de calcul al valorilor $R_{pr} + \mu\sigma_c$.

TABELA 2

μ%	$R_p + \mu\, \sigma_c$			μ%	$R_{pr} + \mu\, \sigma_c$			Observaţiuni
	110	140	170		110	140	170	
0,5	100,5	120,5	137,5	1,8	133,0	153,0	170,0	
0,6	103,0	123,0	140,0	1,9	135,5	155,5	172,5	
0,7	105,5	125,5	142,5	2,0	138,0	158,0	175,0	
0,8	108,0	128,0	145,0	2,1	140,5	160,5	177,5	
0,9	110,5	130,5	147,5	2,2	143,0	163,0	180,0	
1,0	113,0	133,0	150,0	2,3	145,5	165,5	182,5	
1,1	115,5	135,5	152,5	2,4	148,0	168,0	185,0	
1,2	118,0	138,0	155,0	2,5	150,5	170,5	187,5	
1,3	120,5	140,5	157,5	2,6	153,0	173,0	190,0	
1,4	123,0	143,0	160,0	2,7	155,5	175,5	192,5	
1,5	125,5	145,5	162,5	2,8	158,0	178,0	195,0	
1,6	128,0	148,0	165,0	2,9	160,5	180,5	197,5	
1,7	130,5	150,5	167,5	3,0	163,0	183,5	200,0	

Exemple de calcul:

1. Luând din B. K. 1942, exemplul 1, şi calculând cu formulele date de noua metodă, avem:

a) $P = 245\ t$, beton B cu $W_{28} = 160$ kg/cm², $\mu = 0{,}012$, $F_b = \Omega_b = 4152$ cm² după circulara germană şi

b)
$$\Omega_b = \frac{NK}{R_{pr} + \mu\, \sigma_c} = \frac{245.000 \times 2{,}2}{149} = 3620\ \text{cm}^2$$

unde $149 = R_{pr} + \mu\, \sigma_c$ este luat din tabloul dat, prin interpolare între M_{140} şi M_{170} (tabloul este calculat pentru $\sigma_c = 2500$ kg/cm²).

2. Luând conform prescripţiilor române pentru construcţiile de beton armat, un beton cu $N_{28} = 120$ kg/cm², având $\sigma_{ad} = 35$ kg/cm² şi calculând comparativ cu cele două metode avem:

TABELA 3

$\varphi(\mu)$	σ_i $\sigma_b\,(1+n\mu)$	$R_{pr}+\mu\sigma_c$	$\frac{R_{pr}+\mu\sigma_c}{K}$	α	β	Observaţiuni
0,8	39,3	115	52,3	1,33	33%	$P = \Omega_b\, \sigma_i$ după circ. germ.
1,0	40,3	120	54,6	1,35	35%	$P_1 = \Omega_b \frac{R_{pr} + \mu\, \sigma_c}{K}$ după
1,2	41,3	125	56,9	1,37	37%	circulara rusă
1,4	42,3	130	59,2	1,39	39%	$\alpha = \frac{P_1}{P}$
1,6	43,3	135	61,5	1,40	40%	
1,8	44,3	140	62,8	1,42	42%	Economia realizată:
2,0	45,3	145	65,1	1,44	44%	$\beta = \frac{P_1 - P}{P} = \alpha - 1$

Diferenţele mari de 33%—44%, ce rezultă între o metodă şi alta, provin din faptul că se lucrează cu coeficienţi de siguranţă diferiţi. Dacă, urmărind calculul după metoda rusă, luăm acelaşi coeficient de siguranţă ca în prescripţiunile noastre, avem următoarele rezultate:

3. Pentru un beton cu $N_{28} = 120$ kg/cm², — respectiv cu beton marca $M120$, după notaţia rusă — avem conform normelor ruse $R_{pr} = Rez.$ la rupere a elementului comprimat $= 95$ kg/cm² (prin interpolare din Tab. 1) .

Coeficientul de siguranţă, care trebue luat pentru a putea compara rezultatele este: $K' = \frac{R_{pr}}{\sigma_{ad}} = \frac{95}{35} = 2{,}7$.

Avem astfel:

TABELA 4

μ	σ_i $\sigma_b (1 + r\mu)$	$R_{pr} + \mu\sigma_c$	$\frac{R_{pr} + \mu\sigma_c}{2{,}7}$	α	β	Observaţiuni
0,8	39,3	115	42,7	1,09	9%	$P = \Omega_b \, \sigma_i$
1,0	40,3	120	44,5	1,10	10%	$P_1 = \Omega_b \frac{R_{pr} + \mu \sigma_c}{K}$
1,2	41,3	125	46,3	1,12	12%	
1,4	42,3	130	48,1	1,13	13%	$\alpha = \frac{P_1}{P}$
1,6	43,3	135	50,0	1,15	15%	
1,8	44,3	140	51,9	1,17	17%	$\beta = \frac{P_1 - P}{P} = \alpha - 1$
2,0	45,3	145	53,8	1,18	18%	

Problema flambajului

Flambajul este luat în consideraţie, prin întroducerea unui coeficient φ, care se dă în funcţie de $\frac{l_0}{d}$ sau $\frac{l_0}{b}$, unde l_0 este lungimea de flambaj, d = diametrul cercului sau diametrul cercului înscris şi b = dimensiunea minimă a secţiunii.

Valoarea lui φ este dată în Tab. 5, ţinând seama că $l_0 = \psi l$, unde

$\psi = 1$, pentru o bară dublu articulată
$\psi = 0{,}7$ » » » articulată la un capăt şi încastrată la celălalt
$\psi = 2$ » » » încastrată la un capăt şi liberă la celălalt.

Pentru stâlpi care au sus şi jos planşee de beton armat, şi formează cu grinzile un tot, se ia $\psi = 0{,}7$.

Secţiunea se verifică cu formula:

$$K = \frac{\Omega_b \, R_{pr} + \Omega_a \, \sigma_c}{N} \varphi$$

iar dimensionarea se face cu formula

$$\Omega_b = \frac{NK}{(R_{pr} + \mu \, \sigma_c) \, \varphi}$$

TABELA 5

$\frac{l_0}{i}$	50,0	55,4	62,2	69,0	76,0	83,0	90,0	97,0	104,0
$\frac{l_0}{b}$	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$\frac{l_0}{d}$	12,1	13,9	15,6	7,3	19,1	20,8	22,5	24,5	26,0
φ	1	0,88	0,80	0,73	0,67	0,62	0,57	0,53	0,50

Exemplu de calcul:

Luând, exemplul 3 din B. K. 1942, pag. 382, avem:

$$l = 620 \text{ cm}, \quad N = 32,4 \ t, \quad \text{Beton } b \ (M\ 160), \quad \mu = 0,01$$

Alegând $b = 25$ cm,

$$\frac{l_0}{b} = \frac{620}{25} \cong 25, \quad \varphi = 0,60$$

$$\Omega_b = \frac{NK}{(R_{pr} + \mu\ \sigma_c)\ \varphi} = \frac{32460 \times 2,2}{144 \times 0,6} = 820 \text{ cm}^2, \ b \cong 28,$$

$$\frac{l_0}{b} = \frac{620}{28} = 22, \ \varphi = 0,67, \ \Omega_b = 740 \text{ cm}^2$$

Calculul după circulara germană, dă $\Omega_b = 850$ cm², economia realizată fiind deci 13,5%.

In cazul flambajului, economia realizată este mai mică pentru $\frac{l_0}{b} < 22$ deoarece coeficienţii de flambaj, sunt mai mari decât cei daţi de circulara germană. Intr'adevăr, din compararea coeficientului φ din Tab. 5, cu coeficientul ω al circularei germane, avem:

a) conform circularei germane: $P_f = \omega P$

b) conform sistemului rus: $N_f = \frac{N}{\varphi}$

deci, ceea ce trebue comparat, este coeficientul ω cu $\frac{1}{\varphi}$.

TABELA 6 (pentru stâlpii patraţi)

λ	50,0	55,4	62,2	69,0	76,0	83,0	90,0	97,0	104,0
l_0/b	14	16	18	20	22	24	26	28	30
ω	1,00	1,05	1,15	1,25	1,43	1,61	1,85	2,15	2,45
$1/\varphi$	1,00	1,13	1,25	1,37	1,49	1,61	1,71	1,88	2,00

STÂLPI FRETAŢI

Se obţine în mod analog, formula de calcul:

$$N_r = \Omega_b R_{pr} + \Omega_{al} \sigma_c + 2{,}5\, \Omega_{as} \sigma_c$$

formulă foarte apropiată de cea dată în B.K, la pag. 321 (Ed. 1943).

In această formulă $\Omega_{as} = \frac{\pi\, d_s f_s}{s}$ (f_s = secţiunea spiralei)

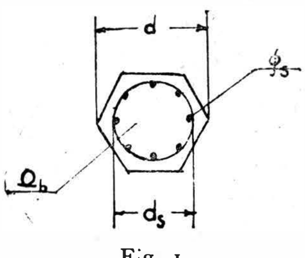


Fig. 1

Evident, conform principiului general:

$$N = \frac{N_r}{K} = \frac{R_{pr} \Omega_s + \sigma_c \Omega_{ac} + 2{,}5\, \sigma_c \Omega_{as}}{K}$$

In calcul se consideră numai secţiunea de beton cercuită, normele ruseşti cerând un coeficient de siguranţă pentru acoperire, de cel puţin 1,5. Pentru aceasta se impune ca sarcina luată de un stâlp fretat să fie fie cel mult 1,5 ori sarcina suportată de un stâlp nefretat de aceleaşi dimensiuni.

Mörsch a arătat că acoperirea cedează cu mult înaintea stâlpului. La verificare, trebue să ţinem seama prin urmare, să fie respectate două condiţii:

$$K = \frac{R_{pr} \Omega_s + \sigma_c \Omega_{ac} + \sigma_c \Omega_{as}\ 2{,}5}{N} \geqq 2{,}2$$

şi pentru stratul acoperitor:

$$K = \frac{R_{pr} \Omega_b + \sigma_c \Omega_{ac}}{N/1{,}5} \geqq 2{,}2\,.$$

In calculul flambajului, pentru stâlpii cercuiţi, nu se va da în considerare influenţa spiralei, deoarece dacă sarcina maximă nu se determină la rezistenţă, ci la echilibru (flambaj), atunci rezistenţele în stâlp nu ajung la stadiul în care spirala să lucreze efectiv.

b) Dimensionare.

$\Omega_{al} = \mu\, \Omega_b$

$\Omega_{as} = \mu_1\, \Omega_b$

$$N = \frac{R_{pr} \Omega_b + \mu \Omega_b \sigma_c + 2{,}5\, \mu_1 \Omega_b \sigma_c}{K} = \frac{\Omega_b\, (R_{pr} + \mu\, \sigma_c + \mu_1\, \sigma_o\, 2{,}5}{K}$$

de unde:

$$\boxed{\Omega_b = \frac{NK}{R_{pr} + \mu\, \sigma_c + 2{,}5\, \mu_1\, \sigma_c}}$$

ne alegem un d şi fs şi avem atunci:

$$s = \frac{f_s \pi d_s}{\Omega_{as}}$$

Exemplu de calcul:

1. Pentru uşurinţa calculului se dă următorul tablou:

$$\text{Valoarea } \frac{R_{pr} + \mu \sigma_c + 2{,}5 \mu_1 \sigma_c}{K}$$

TABELA 7

Marca betonului	R_{pr}	$\mu_1 = \Omega_{as} / \Omega_b$	$\mu = \Omega_{ab} / \Omega_b$						
			0,008	0,010	0,012	0,015	0,020	0,025	0,030
140	108	0,01	86,59	88,56	91,14	94,54	100,23	105,91	111,59
170	125		94,29	96,56	98,83	102,24	107,92	113,60	119,28
200	145		103,50	105,76	108,03	111,44	117,12	122,80	128,48
250	175		116,99	119,26	112,53	124,54	130,62	136,30	141,98
300	200		128,40	130,67	132,94	136,35	142,03	147,71	153,39
350	225		139,74	142,01	144,28	147,69	153,37	159,05	167,73
140	108	0,02	115,0	117,27	119,54	122,95	128,64	134,32	140,00
170	125		122,69	124,96	127,23	130,67	136,32	142,00	147,68
200	145		131,89	134,16	136,43	139,87	145,52	151,20	156,88
250	175		145,39	147,66	149,93	153,37	159,02	164,70	170,38
300	200		156,80	159,07	161,34	164,78	170,43	176,11	181,79
350	225		168,14	170,41	172,68	176,12	181,77	187,45	193,13
140	108	0,03	143,14	145,68	147,95	151,14	157,02	162,73	168,41
170	125		151,09	153,36	155,63	159,04	164,62	170,40	176,08
200	145		160,29	162,56	164,83	168,24	173,82	179,60	185,28
250	175		173,79	176,06	178,33	181,74	187,32	193,10	198,78
300	200		185,20	187,47	189,74	193,15	198,73	204,51	210,19
350	225		196,54	198,81	201,08	204,49	210,07	215,85	221,53

2. Calculând cu noua metodă, exemplul 2 (Exempl. 2) din B. K. 1943, pag. 361. Datele problemei: $P = 245$ t, $W_b = 160$ kg/cm², $\varphi_s = 0{,}008$, $\psi = 0{,}02$.

Cu tabloul 7, avem:

$$\Omega_b = N : \frac{R_{pr} + \mu\sigma_c + 25 \mu_1\sigma_c}{K} = N: 120{,}12 = 2040 \text{ cm}^2.$$

Cu circulara germană avem $F_k = \Omega_b = 2425$ cm.
Economia realizată prin calculul cu metoda nouă este deci 18%.
3. Calculând cu beton de $\sigma_b = 35$ kg/cm², $W_b = 120$ kg/cm², avem:
a) Calculând cu circulara germană:

$$\sigma_{is} = \sigma_b + \varphi\sigma_c + \psi\sigma_{cs}$$

unde σ_b, σ_e şi σ_{cs} se iau din Tabela 2 din B. K.

$\sigma_{is} = 35 + 0{,}008 \times 525 + 0{,}02 \times 1575 = 35 + 4{,}2 + 31{,}5 = 70{,}7$ kg/cm².

şi respectiv — după circulara rusă —

$$\frac{R_{pr} + \mu\sigma_c + 2{,}5\,\mu_1\sigma_c}{K} = \frac{95 + 0{,}008 \times 2500 + 2{,}5 \times 0{,}02 \times 2.500}{2{,}2} = 108 \text{ kg/cm}^2$$

4. Calculând, pentru diferite mărci de beton, şi pentru $\varphi = 0{,}01 = \mu$ şi $\psi = 0{,}01 = \psi$, cele două elemente σ_{is} şi $\frac{R_{pr} + \mu\sigma_c + 2{,}5\,\mu_1\sigma_c}{K}$, avem în mod comparativ:

TABELA 8

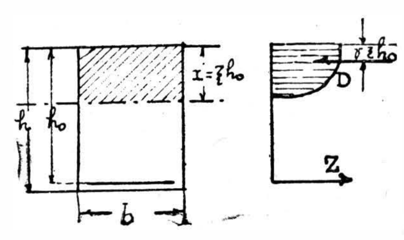
Marca	σ_b	σ_e	σ_{es}	$\sigma_{is} = \sigma + \mu\sigma_e + \psi\sigma_{es}$	$\frac{R_{pr} + \mu\sigma_c + 2{,}5\,\mu_1\sigma_c}{K}$	$a\%$	Observaţiuni
M 120	35	525	1.575	56,0	82,0	42%	$a = \frac{82-56}{56}$
M 160	45	685	2.025	81,8	94,5	15,6%	$a = \frac{94{,}5-81{,}8}{81{,}8}$
M 210	70	800	2.750	105,5	108,5	2,8%	$a = \frac{108{,}5-105{,}5}{105{,}5}$

Diferenţa mare pentru betoanele inferioare, provine din faptul că în calculul lui σ_{is}, σ_e intră cu valoarea 525 kg/cm² = 15 σ_b, mult depărtată de rezistenţa admisibilă. Valoarea lui σ_{is}, creşte cu calitatea betonului, nu numai prin creşterea lui σ_b, dar şi a celorlalţi doi termeni, σ_e şi σ_{es}, care sunt proporţionali cu σ_b.

ÎNCOVOIEREA

a) Formule de bază.

Conform celor enunţate în primul capitol, echilibrul rezistenţelor se stabileşte în ipoteza că distribuţia rezistenţei în beton este parabolică — parabolică cubică



(diagramă apropiată de realitate în cazul când se consideră distribuţia ce corespunde ruperii betonului) şi că fierul atinge limita de curgere înainte sau aproape simultan

cu ruperea betonului. Pentru acest din urmă lucru se vor pune anumite condiţii pentru armatură, condiţii ce vor fi expuse ulterior.

Ecuaţiile de echilibru sunt în acest caz:

(1) $$D = Z$$

unde $$D = \frac{3}{4} x R_i b = \frac{3}{4} b h_o R_i \xi$$

şi $$Z = \Omega_a \sigma_c$$

Avem deci: $$D = Z, \ \frac{3}{4} b h_c R_i \xi = \Omega_a \sigma_c$$

de unde se poate scoate:

$\xi = \frac{4}{3} \frac{\Omega_a}{b h_0} \frac{\sigma_c}{R_i} = \frac{4}{3} a$, α fiind ceea ce se numeşte «caracteristica armăturii»

$$\left(\alpha = \mu \frac{\sigma_i}{R_i}\right)$$

Fiindcă s'a notat $x = \xi h_o$, avem pentru calculul lui z:

$$x = \frac{4}{3} \alpha h_o \text{ şi } z = h_o - \gamma \xi h_o = h_o - \frac{2}{5} \xi h_o = h_0 \left(1 - \frac{2}{5} \xi\right)$$

$$z = h_o (1 - 0{,}53 \ \alpha)$$

A doua ecuaţie de echilibru, se poate scrie atunci:

$$M_r = Dz = \frac{3}{4} b h_o R_i \xi h_o \ (1 - 0{,}53 \, d)$$

(2) sau $$M_r = b h_o^2 R_i \alpha (1 - 0{,}53 \ \alpha)$$

Momentul capabil al grinzii este atunci

(3) $$M = \frac{M_r}{K} = \frac{b h_o{}^2 R_i \alpha \ (1 - 0{,}53 \ \alpha)}{K}$$

Se mai poate scrie, pentru determinarea lui Ωa şi relaţia:

$$M_r = Zz = \Omega_a \sigma_c h_o (1 - 0{,}53 \ \alpha) = KM$$

Am spus că aceste formule nu sunt valabile decât în cazul când armătura ajunge la curgere înainte sau în acelaşi timp cu ruperea betonului.

S'a văzut, din experienţe, că limita acestor formule este dată de valorile lui α_1 şi anume:

armătura curge înaintea ruperii betonului pentru $\alpha < 0{,}5$,

armătura curge uneori înainte, alteori după ruperea bet.pentru $0{,}5 < d < 0{,}65$

şi betonul se rupe întâi pentru $0{,}65 \leq \alpha$

aşa încât normele ruseşti impun ca limită de aplicabilitate a formulelor $\alpha \leq 0{,}5$.

De fapt această limită nu îngrădeşte practic, sistemele de construcţie căci:

$$\alpha = \frac{\Omega_a}{b h_o} \frac{\sigma_c}{R_i} \leq 0{,}5$$

$$\Omega_a \leq \frac{b h_o}{2} \frac{R_i}{\sigma_c} = \mu_{max} \, b h_o$$

De unde se poate scoate $\mu_{max} = \frac{R_i}{2\sigma_c}$ (4)

ceea ce pentru betonul *M*140 şi *St.*37 dă:

$$\mu_{max} = \frac{135}{2 \times 2500} = 0{,}027 = 2{,}7\% \,.$$

Verificarea secţiunilor.

Se determină *K*, pentru *M* dat şi o secţiune aleasă

$$K = \frac{bh_0^2 R_i \alpha\,(1 - 0{,}53\,\alpha)}{M} = \frac{\Omega_a \alpha_c\,(1 - 0{,}53\,\alpha)}{M}$$

Dimensionare.

1. Se calculează pentru diferite mărci de betoane şi pentru *St.* 37 şi *St.* 50, următoarele valori pentru μ_{max} conform relaţiei (4).

TABELA 9

Oţel	Marca betonului									
	350	300	250	200	170	140	110	90	70	50
St. 37 (2.500) . .	5,6	5,0	4,4	3,6	3,1	2,7	2,2	1,8	1,4	1,0
St. 50 (3.000) . .	4,66	4,16	3,66	3,00	2,58	2,25	183	1,5	1,16	0,83

2. Pentru secţiunile încovoiate, T. Y. N. dă şi un μ unic dedus din condiţia ca după apariţia fisurilor, grinda să mai poată lua un moment mai mare decât o grindă nearmată la apariţia fisurilor.

Marca betonului	350—250	200	140—90	70	50
μ_{min}	0,40	0,30	0,20	0,15	0,10

3. Procente ce se recomandă (deduse din condiţia ca, costul armăturii, betonului şi cofrajului să fie minim) sunt:

pentru plăci . . . . . 0,5—1,0%
» grinzi . . . . 0,8—1,5%

4. Din formula:

$$M = \frac{M_r}{K} = \frac{bh_0^2 R_i \alpha}{K}\,(1 - 0{,}53\,\alpha)$$

se poate scoate $$h_0 = \sqrt{\frac{MK}{bR_i \alpha\,(1 - 0{,}53\,\alpha)}} = \sqrt{\frac{K}{R_i \alpha\,(1 - 0{,}53\,\alpha)}}\sqrt{\frac{M}{b}}$$

sau $$h_0 = r\sqrt{\frac{M}{b}}$$

Tot astfel se dă secţiunea de armătură:

$$\Omega_a = \frac{\mu b h_o}{100} \quad \text{sau} \quad \Omega_a = \frac{MK}{\sigma_a Z} = \frac{MK}{\sigma_a (1 - 0{,}53\,\alpha)\, h_o} = \frac{MK}{\sigma_a\, t\, h_0}$$

Pornind dela formula $M = \frac{b h_o^2 R_i}{K} . \alpha (1 - 0{,}53\,\alpha)$ pentru putem determina momentul ce-l poate lua secţiunea:

$$M = s b h_0^2$$

5. r, s, şi t sunt calculate în tabela 10, pentru $K = 2$, diferiţi μ şi diferite mărci.

Intrebuinţarea tabelelor.

1. Se dă M, b, h, $K = 2$ se cere Ωa

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{M_0}{b}}}$$

în raport cu r şi cu marca betonului se găseşte:

$$\Omega_a = \frac{\mu b h_o}{100} \quad \text{sau} \quad \Omega_a = \frac{\sigma_c t h_o}{KM}$$

Exemplu:

$$M = 16{,}300\ tm,\ b = 51\ \text{cm},\ h_0 = 55\ \text{cm},\ K = 2.$$

Avem:

$$r = \frac{55}{\sqrt{\frac{16300}{0{,}51}}} = 0{,}307$$

TABELA 10

$K = 2{,}0$, $\sigma_c = 2.500$ kg/cm²

$$\mu\% = \frac{\Omega a}{b h_o} 100;\ \Omega a = \frac{\mu b h_o}{100};\ \Omega a = \frac{MK}{\sigma_c t h_o};\ h_0 = r\sqrt{\frac{M}{b}};\ z = t h_o\ \ M = s b h_o^2$$

$\mu\%$	Beton M 90			Beton M 110			Beton M 140			
	r	t	s	r	t	s	r	t	s	
0,20	0,643	0,971	2,426	0,641	0,975	2,440	0,639	0,980	2,453	0,20
0,25	0,576	0,963	3,010	0,574	0,970	3,031	0,572	0,976	3,051	0,25
0,30	0,528	0,956	3,585	0,526	0,964	3,613	0,524	0,971	3.644	0,30
0,35	0,490	0,949	4,150	0,488	0,958	4,190	0,486	0,966	4,230	0,35
0,40	0,461	0,941	4,705	0,458	0,952	4,758	0,456	0,962	4,811	0,40
0,45	0,436	0,934	5,251	0,433	0,946	5,318	0,431	0,957	5,386	0,45
0,50	0,415	0,927	5,790	0,412	0,940	5,872	0,410	0,953	5,965	0,50
0,55	0,398	0,919	6,320	0,395	0,934	6,420	0,392	0,948	6,517	0,55
0,60	0,383	0,912	6,841	0,380	0,928	6,958	0,377	0,943	7,074	0,60
0,65	0,369	0,905	7,352	0,366	0,922	7,489	0,363	0,939	7,625	0,65
0,70	0,357	0,897	7,852	0,354	0,916	8,053	0,350	0,934	8,172	0,70
0,75	0,346	0,890	8,340	0,343	0,910	8,529	0,339	0,929	8,709	0,75

(Urmare)

$$\mu^0/_0 = \frac{\Omega a}{bh_0} \text{ oo}: \Omega a = \frac{\mu bh_0}{100}\ ; \ \Omega a = \frac{MK}{\sigma_c th_0}\ ; \ ho = r\sqrt{\frac{M}{b}}\ ; \ z = th_0 \ M = sbh_0^2$$

$\mu^0/_0$	Beton M 90			Beton M 110			Beton M 140			
	r	t	s	r	t	s	r	t	s	
0,80	0,336	0,883	8,822	0,333	0,904	9,034	0,329	0,925	9,243	0,80
0,85	0,326	0,875	9,296	0,323	0,898	9,533	0,319	0,920	9,771	0,85
0,90	0,320	0,868	9,760	0,315	0,892	10,028	0,311	0,915	10,292	0,90
0,95	0,312	0,860	10,215	0,309	0,885	10,515	0,304	0,911	10,808	0,95
1,00	0,306	0,853	10,660	0,302	0,879	10,992	0,297	0,906	11,317	1,00
1,05	0,300	0,846	11,097	0,296	0,873	11,463	0,291	0,894	11,821	1,05
1,10	0,204	0,839	11,534	0,290	0,867	11,926	0,285	0,891	12,319	1,10
1,15	0,289	0,831	11,943	0,284	0,861	12,381	0,279	0,889	12,811	1,15
1,20	0,284	0,824	12,352	0,279	0,855	12,879	0,274	0,887	13,296	1,20
1,25	0,280	0,817	12,751	0,275	0,849	13,270	0,269	0,882	13,777	1,25
1,30	0,276	0,809	13,140	0,270	0,843	13,702	0,264	0,878	14,255	1,30
1,40	0,268	0,794	13,894	0,262	0,831	14,544	0,256	0,868	15,181	1,40
1,50	0,262	0,780	14,610	0,255	0,818	15,357	0,249	0,859	16,088	1,50
1,60	0,256	0,765	15,290	0,249	0,808	16,140	0,243	0,850	16,972	1,60
1,70	0,250	0,750	15,932	0,242	0,796	16,892	0,236	0,840	17,831	1,70
1,80	0,246	0,735	16,538	0,238	0,784	17,614	0,232	0,831	18,667	1,80
1,90	—	—	—	0,234	0,772	18,306	0,226	0,822	19,479	1,90
2,00	—	—	—	0,230	0,760	18,969	0,222	0,812	20,268	2,00
2,10	—	—	—	0,226	0,747	19,600	0,218	0,803	21,034	2,10
2,20	—	—	—	0,222	0,735	20,201	0,214	0,794	21,774	2,20
2,30	—	—	—	—	—	—	0,212	0,783	22,492	2,30
2,40	—	—	—	—	—	—	0,210	0,773	23,186	2,40
2,50	—	—	—	—	—	—	0,206	0,764	23,856	2,50
2,70	—	—	—	—	—	—	0,199	0,745	25,126	2,70

ceea ce pentru beton *M*110, corespunde unui $\mu \cong 1\%$, deci:

$$\Omega_a = 0{,}01 \times 51 \times 55 = 28 \text{ cm}^2$$

Conform calculului dat de prescripţiile germane, pentru $r = 0{,}307$, corespunde $\sigma_b = 59$ kg/cm² (pt. $\sigma_b = 1200$ kg/cm²), ceea ce pentru un beton obişnuit (corespunzător betonului *M* 110 considerat) ar întrece rezistenţa admisibilă. Coeficientul de siguranţă, admis de normele ruse din 1939, $K = 2$ pentru piesele încovoiate este mic în raport cu coeficientul de siguranţă admis de normele germane.

Dacă — după sistemul rus — este necesar un calcul cu un coeficient $K \neq 2$, se foloseşte *T* 11.

Acest tabel este calculat tot după formula:

$$h_0 = \sqrt{\frac{K}{R_i\alpha\,(1 - 0{,}53\,\alpha)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$ însă K intră în radicalul lui M:

$$h_0 = \sqrt{\frac{1}{R_i\alpha\,(1 - 0{,}53\,\alpha)}} \cdot \sqrt{\frac{KM}{b}} = r\sqrt{\frac{KM}{b}}$$

Tot astfel:

$$MK = s_1\, bh_0^2 \text{ sau } M = \frac{s_1\, bh_0^2}{K}, \text{ unde } s_1 = R_i\,\alpha\,(1 - 0{,}53\,\alpha).$$

Calculând cu ajutorul acestui tabel, exemplul de mai sus pentru $K = 3$, avem:

$$r_1 = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{MK}{b}}} = \frac{55}{\sqrt{\frac{16300 \times 3}{0,51}}} = 0,175$$

ceea ce duce la o armare puternică $\mu = 1,62\%$.

2. Se dă M, μ, b, $K = 2$ şi se cere h şi Ωa.

Din Tabela 10 găsim r, pentru μ şi marca betonului

$$h_0 = r\sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = h_0 + \text{acoperirea}$$

Exemplu:

Luând exemplul 4 (Exemplul 4) din B. K. 1943, avem:

$$b = 51 \text{ cm}, \ M_{max.} = 16,3 \text{ tm}, \ \text{Beton } b \ (M\ 160)$$

pentru $\varphi = 0,1\%$ şi $K = 2$ (după T 11 pentru a putea lua pe r prin interpolare între M 140 şi M 170)

$$h_0 = r\sqrt{\frac{MK}{b}} = 0,218\sqrt{\frac{16300 \times 2}{51}} = 53 \text{ cm}$$

faţă de $h = 56$ cm (după circ. germană)

$$\Omega b = \begin{matrix} 51 \times 53 = 2700 \text{ cm}^2 \text{ — după circ. rusă} \\ 51 \times 56 = 2860 \text{ cm}^2 \text{ — după circ. germană} \end{matrix}$$

diferenţa fiind deci de 6%.

Pentru secţiunea de armătură, avem:

$$\Omega a = 0,01 \times 2700 = 27 \text{ cm}^2 \text{ — după circ. rusă şi}$$

$$\Omega a = \frac{bh}{K} = \frac{51 \times 56}{93} = 30,6 \text{ cm}^2 \text{ — după circ. germană}$$

Dacă se admite $\sigma_a = 1400$ kg/cm², dimensionarea după circ. germană devine mai economică, deoarece:

$$\Omega a = \frac{51 \times 56}{119,3} = 23,95 \text{ cm}^2.$$

3. Deosebirea esenţială, în calcululele făcute cu circulara rusă, constă în faptul că grinda nu are un h determinat, dacă se dă M şi b σ_b şi σ_c, h care era determinat în sistemul german de faptul că atunci când betonul atingea rezistenţa σ_b, şi fierul rez. σ_c, axa neutră avea o poziţie bine determinată. In calculul, după sistemul rus, poziţia axei neutre nu depinde numai de rezistenţele în beton şi fier, ci şi de μ, procentul de armare, astfel încât pentru un procent mai mare de armare, se poate obţine un h mai mic al secţiunii de beton (date fiind M, b, marca bet. şi σ_c).

Pentru betonul M 110 — de exemplu — admiţând că ar corespunde betonul c din circulara germană ($\sigma_b = 40$ kg/cm²) — calculul după această circulară $h = 0,411\sqrt{M/b}$, ar corespunde numai cu calculul făcut după circulara rusă, pentru $\mu \cong 0,5$ (vezi tabela 10). Pentru un μ mai mare, r având valori mai mici decât 0,411, după sistemul german, grinda nu ar ţine, deoarece rezistenţele în beton ar întrece valoarea $\sigma_b = 40$ kg/cm², când σ_e ar fi 1200 kg/cm².

Diferenţele provin, în concluzie, din următoarele cauze:

a) repartiţia rezistenţelor e parabolică după noua metodă;

b) raportul n crescând spre rupere, axa neutră se deplasează în jos, x crescând;

c) în sistemul de calcul rus, a creşte şi cu procentul de armare.

Procentul de armare luat trebue să fie cel optim, adică, în aşa fel încât costul armăturii betonului şi a cofrajului să fie minim. Au fost propuse mai multe formule în acest sens de către *Buscov*, *Toli*, *Kalinicenco*, etc.

Calculul secţiunilor dreptunghiulare dublu armate

Cazurile de armătură dublă erau curente — în special la reazemele grinzilor continui — în calculele ruseşti ce se făceau după normele ruseşti din 1934. Aceasta fiindcă pentru beton M 110 şi $St.$ 37 aceste norme admiteau ca $\mu_{max} = 0{,}75\%$.

După noile norme din 1939, admiţându-se un μ mai mare, cazurile de armare dublă sau rărit.

1. Sistemul de calcul este în conformitate cu principiile metodei.

In momentul ruperii betonul ajunge la R_i, iar armăturile la limita de curgere. Momentul eforturilor interioare se pot exprima ca suma a două momente:

1. $$KM_1 = D_a z_1 = Z_1 z_1$$

unde D_a = efortul luat de fierul comprimat Ω'_a

Z_1 = efortul ce-i corespunde la armătura Ω_a, partea din armătura ce echilibrează pe D_a

$z_1 = h_0 - a_1$

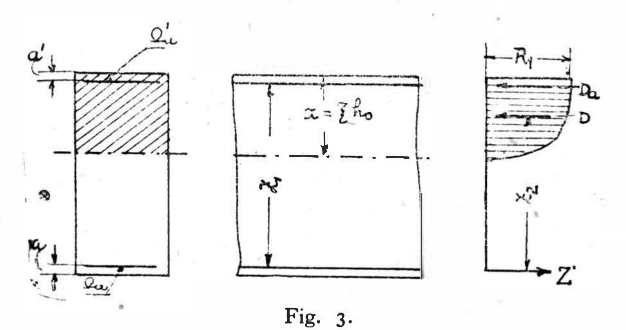


Fig. 3.

2. $$KM_2 = Dz_2 = Z_2 z_2$$

unde: D = efortul de compresiune luat de beton

Z_2 = efortul preluat de armătura întinsă, după preluarea lui M_1,

$$\Omega_{a2} = \Omega_a - \Omega_{a1}$$

Introducem notaţiile:

$$\alpha = \frac{\Omega_a \ \sigma_c}{bh_0 R_i}, \quad \alpha' = \frac{\Omega'_a \ \sigma_c}{bh_0 R_i}$$

şi ţinând seama de:

$$D_a = \Omega'_a \sigma_c \ , \ z_1 = h_0 - a_1 = h_0 - \delta' h_0 = h_0 (1 - \delta')$$

In consecinţă putem scrie:

$$KM_1 = D_a z_1 = \Omega'_a \sigma_c h_0 \ (1 - \delta')$$

$$KM_1 = bh_0 R_i \frac{\Omega'_a \ \sigma_c}{bh_0 R_i} h_0 (1 - \delta') = bh_0^2 R_i \alpha' (1 - \delta')$$

şi $$KM_2 = bh_0^2 R_i \beta (1 - 0{,}53 \beta) \text{ unde } \beta = \alpha - \alpha'.$$

Se ajunge astfel la formula de bază:

$$M_r = M_1 k + M_2 k = bh_0^2 R_i [\beta (1 - 0{,}53 \beta) + \alpha' (1 - \delta')]$$

$$M = \frac{M_r}{k} = \frac{bh_0^2 R_i [\beta (1 - 0,53 \beta) + \alpha' (1 - \delta')]}{k}$$

In secţiunile dublu armate, β joacă rolul lui a din secţiunile simplu armate. De aceea, pentru ca betonul să nu se rupă înainte de curgerea fierului, trebue ca $\beta \leqslant 0,5$.

Procentul de armare, trebue să fie astfel ales — după T. Y. H. — astfel ca $\alpha \leqslant 0,7$ şi se dă în tabela 12, pentru diferite mărci de beton şi fier.

TABELA 2

Marca fierului	Marca betonului							
	350	300	250	200	170	140	110	90
St. 37	7,84	7,0	6,16	5,02	4,34	3,78	3,04	2,52
St. 52	6,53	5,83	5,13	4,19	3,61	3,15	2,56	2,16

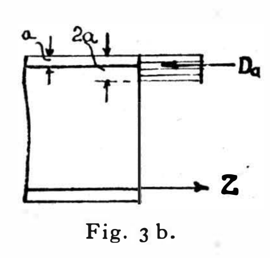


Fig. 3 b.

Pentru a se putea face calculul după formulele stabilite mai sus, trebue ca rezistenţele în armătura comprimată, în momentul ruperii, să atingă limita de curgere, ceea ce se întâmplă numai atunci când rezultanta eforturilor de compresiune—beton şi fier— va fi situată sub sau cel mult în centrul de greutate al armăturii comprimate.

Admiţând aproximaţia că la rupere rezistenţele s'ar repartiza dreptunghiular

avem: $$D_{total} = D + D_a = 2a_1 b R_i + \Omega'_a \sigma_c = D_{total} = Z$$

$$\Omega_a \sigma_c = 2a_1 b R_i + \Omega'_a \sigma_c$$

sau $$\frac{\Omega_a \sigma_c}{bh_0 R_i} = \frac{2a_1 b R_i}{bh_0 R_i} + \frac{\Omega'_a \sigma_c}{bh_0 R_i} \text{ sau}$$

$$\alpha = 2 \frac{a_1}{h_0} + \alpha'$$

$$\alpha' = \alpha - 2 \delta'$$

T. Y. H. recomandă — ca urmare a celor de mai sus — ca

$$\alpha' \leqslant \alpha - 2 \delta'$$

b) *Verificarea secţiunilor.*

Cazul 1: Se dă M şi secţiunea şi se cere Ω_a şi Ω'_a.

Considerăm că secţiunea este simplu armată. In cazul acesta pentru un beton dat şi pentru un procent de armare anumit, se poate determina momentul M_2 pe care-l suportă grinda simplu armată. Procentul de armare cel mai economic a fost dedus de prof. *Pasternac*, în felul următor:

$$\Omega_t = \Omega_{a1} + \Omega_{a_2} + \Omega'_a$$

$$\Omega_t = \Omega_{a_2} + 2 \Omega'_a$$

$$\Omega'_a = \frac{M_1 k}{\sigma_c (h_0 - a_1)}$$

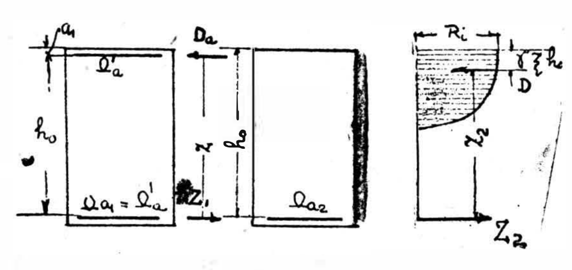


Fig. 4.

Insemnând cu α_0, caracteristica grinzii simplu armate, momentul ce-l poate lua grinda simplu armată este:

$$M_2 = bh_0^2 R_i \alpha_0^2 (1 - 0{,}53\ \alpha_0)$$

iar armătura totală:

$$\Omega_t = \Omega_{a2} + \Omega'_a = \mu_0\ bh_0 + 2\ \frac{M_k - M_{2k}}{\sigma_c (h_0 - a_1)}$$

sau
$$\Omega_t = \frac{\alpha_0}{m}\ bh_0 + 2\ \frac{K}{\sigma_c (h_0 - a_1)} \left[M - \frac{bh_0^2\ R_i\ \alpha_0}{K} (1 - 0{,}53\ \alpha_0) \right]$$

fiindcă
$$\alpha_0 = \mu_0 \frac{\sigma_c}{R_i} = m\ \mu_0$$

Derivând pe Ω_t în raport cu α_0, avem:

$$\frac{d\Omega_t}{d\,\alpha_0} = \frac{bh_0}{m} + \frac{2\ K}{\sigma_c (h_0 - a_1)} \left[- \frac{bh_0^2\ R_i}{K} + \frac{2 \times 0{,}53\ bh_0^2\ R_i}{K}\ a_0 \right] = 0$$

de unde
$$\alpha_0 = \frac{1 + \delta_1}{2{,}12}$$

Ceea ce arată că valoarea lui α_0 este în funcţie de a_1, a cărui exactă determinare practică nu are nicio importanţă practică, α_0 fiind apropiat de 0,5. Aceasta revine la a spune că la armare simplă se ia μ_{max}. (Vezi calculul grinzii simplu armate).

Pornind dela această concluzie, calculul unei grinzi dublu armate se conduce astfel:

a) Se determină M_2, momentul pe care-l ia grinda simplu armată cu procentul de armare μ_{max}:

$M_2 = s\ bh_0^2$, s corespunzând lui μ_{max} în Tabela 10.

$$\Omega_{a2} = \frac{\mu_{max}\ bh_0}{100}$$

b) Momentul ce rămâne de preluat:

$$M_1 = M - M_2$$

$$\Omega'_a = \Omega_{a1} = \frac{M_1\ k}{\sigma_c (h_0 - a_1)}$$

$$\Omega_a = \Omega_{a1} + \Omega_{a2}$$

$$\Omega' = \Omega_{a1}\,.$$

Exemplu de calcul:

1. O grindă care suportă $M_{max} = 2.500.000$ kgcm, are dimensiunile 30/65 (M 110, $K = 2$). Să se determine Ω_a şi Ω'_a.

După Tabela 10: $s = 20,201$, $M_2 = 20,201 \times 30 \times 61,5^2 = 2,300.000$ kg/cm.

$$\mu_{max} = 2,2\,\%\ ,\ \Omega_{a2} = \mu_{max}\frac{b\,h_0}{100} = 0,022 \times 30 \times 61,5 = 40,59\ \text{cm}^2$$

$$M_1 = 2.500.000 - 2.300.000 = 200.000\ \text{kg/cm}$$

$$\Omega_a = \Omega_{a_1} = \frac{200.000 \times 2}{2500\,(61,5 - 3,5)} = 2,7\ \text{cm}^2$$

$$\Omega_a = \Omega_{a1} + \Omega_{a2} = 40,59 + 2,7 = 43,49\ \text{cm}^2$$

2. După circulara germană, calculul dă următoarele rezultate:

$$\triangle M = 2500000 - \frac{30 \times 61,5^2}{0,169} = 1.830.000\ \text{kg/cm, luând}\ \sigma_b = 40\ \text{kg/cm}^2$$

$$F_{ec} = \frac{30 \times 61,5}{18,0} + \frac{1.830.000}{1.200 \times 58} = 10,2 + 38 = 48,2\ \text{cm}^2$$

$$F'_e = \frac{1843000}{500 \times 58} = 63\ \text{cm}^2$$

Diferența mare între armătura comprimată ce reiese din cele două sisteme de calcul provine din faptul că: mai întâi rezistențele în beton sunt mai mari (vezi considerațiile dela secțiunea simplu armată) şi al doilea, fiindcă armătura comprimată, în calculul după sistemul german, lucrează cu rezistența foarte mică ($15 \times \sigma_b$).

Cazul 2. Se dă M, b, h şi Ω'_a pusă constructiv în zona comprimată — se cere Ω_a. In practică acest caz se întâlneşte destul de des. O parte din armătura din câmp se ridică pe reazem şi o parte rămâne jos, aşa încât lucrează la compresiune.

Cunoscând această armătură deducem M_1 care este preluat de Ω'_a şi-i corespunde în zona tensionată Ω_{a1}:

$$M_1 = \frac{D_0\,z}{K} = \frac{\Omega'_a\,\sigma_c\,(h_0 - a_1)}{K}$$

Apoi găsim diferența:

$M_2 = M - M_1$ şi determinăm acea cantitate de armătură, care pentru armătura simplă este necesară ca să-l preluăm pe M_2

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{M_2}{b}}}\ \text{sau}\ r_1 = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{MK}{b}}}\ (\text{pt. } K \neq 2)$$

Cu tab. 10 şi 11 se determină μ:

$$\Omega_{a_2} = \frac{\mu\,b\,h}{100}$$

Astfel $$\Omega_a = \Omega_{a1} + \Omega_{a2}$$

Dacă momentul M_2 era mai mare decât se putea prelua prin armare simplă (ceea ce se întâmplă foarte rar) calculul se conduce ca în cazul 1.

TABELA 11

$\sigma_{\varphi} = 2.500$ kg/cm²; $MK = s_1 b h_0^2$; $\mu\% = \frac{F_e}{b h_0} \cdot 100$; $F_e = \frac{\mu b h_0}{100}$; $F_e = \frac{MK}{\sigma_c t h_0}$; $h_0 = r_1 \sqrt{\frac{MK}{b}}$; $z = t h_0$

Calcule pt. alte mărci de beton: $M = s_0 \frac{R_i b h_0^2}{K}$; $h_0 = r_0 \sqrt{\frac{MK}{R_i b}}$; $z = t_0 h_0$

μα %	Beton marca 90			Beton marca 110			Beton marca 140			Beton marca 170			Beton marca 200			μ%	α	r_0	t_0	s_0
	r_1	t	s_1	r_1	t	s_1	r_1	t	s_1	r_1	t	s_1	r_1	t	s_1					
0,08	0,711	0,988	1,98	0,711	0,990	1,98	1,710	0,992	1,98	0,710	0,993	1,986	0,707	0,994	1,988	0,08	0,04	5,07	0,979	0,039
0,10	0,637	0,985	2,46	0,636	0,988	2,47	0,636	0,990	2,48	0,635	0,991	2,48	0,635	0,992	2,48	0,10	0,05	4,52	0,974	0,049
0,12	0,583	0,982	2,95	0,582	0,985	2,96	0,581	0,988	2,97	0,581	0,990	2,96	0,580	0,991	2,87	0,12	0,06	4,15	9,968	0,058
0,14	0,540	0,979	3,43	0,539	0,983	3,44	0,538	0,986	3,45	0,537	0,988	3,46	0,537	0,990	3,47	0,14	0,07	3,87	0,963	0,067
0,16	0,506	p,976	3,91	0,505	0,981	3,92	0,504	0,984	3,94	0,504	0,986	3,94	0,504	0,988	3,95	0,16	0,08	3,60	0,958	0,077
0,18	0,478	0,973	4,38	0,477	0,978	4,40	0,476	0,982	4,42	0,475	0,985	4,42	0,475	0,987	4,44	0,18	0.09	3,42	0,952	0,086
0,20	0,455	0,971	4,85	0,453	0,976	4.88	0,452	0,986	4,91	0,451	0,983	4,92	0,451	0,985	4,93	0,20	0,10	3,24	0,947	0,095
0,25	0,406	0,963	6,02	0,406	0,970	6,06	0,404	0,976	6,10	0,404	0,979	6,10	0,403	0,982	6,12	0,25	0,11	3,10	0,942	0,104
0,30	0,373	0,956	7,17	0,372	0,964	7,23	0,371	0,971	7,29	0,371	0,975	7,32	0,368	0,978	7,34	0,30	0,12	2,99	0,936	0,112
0,35	0,346	0,949	8,30	0,345	0,958	8,32	0,344	0,966	8.46	0,343	0,970	8,48	0,342	0,973	8,52	0,35	0,13	2,87	0,931	0,121
0,40	0,326	0,941	9,41	0,324	0,952	9,52	0,322	0,962	9,62	0,322	0,966	9,64	0,322	0,971	9,72	0,40	0,14	2,77	0,926	0,136
0,45	0,308	0,934	10,50	0,306	0,946	10,64	0,305	0,957	10,77	0,304	0,962	10,82	0,304	0,967	10,88	0,45	0,15	2,69	0,921	0,138
0,50	0,293	0,927	11,58	0,291	0,940	11,74	0,290	0,953	11,93	0,289	0,958	11,98	0,289	0,963	12,04	0,50	0,16	2,62	0,915	0,146
0,55	0,281	0,919	12,64	0,279	0,934	12,84	0,277	0,948	13,03	0,276	0,953	13,10	0,276	0,960	13,20	0,55	0,17	2,54	0,910	0,155
0,60	0,271	0,912	13,68	0,269	0,928	13,92	0,267	0,943	14,15	0,264	0,949	14,22	0,264	0,956	14,34	0,60	0,18	2,48	0,905	0,163
0,65	0,261	0,905	14,70	0,259	0,922	14,98	0,257	0,939	15,25	0,255	0,945	15,34	0,254	0,952	15,48	0,65	0,19	2,42	0,906	0,171
0,70	0,252	0,897	15,70	0,250	0,916	16,03	0,247	0,934	16,34	0,247	0,941	16,48	0,245	0,949	16,61	0,70	0,20	2,37	0,895	0,178
0,75	0,245	0,890	16,71	0,243	0,910	17,06	0,240	0,929	17,42	0,239	0,936	17,56	0,238	0,945	17,72	0,75	0,21	2,31	0,889	0,187
0,80	0,238	0,883	17,64	0,235	0,904	18,07	0,233	0,925	18,49	0,232	0,932	18,64	0,231	0,941	18,83	0,80	0,22	2,27	0,884	0,195
0,90	0,225	0,868	19,52	0,223	0,892	20,03	0,220	0,915	20,58	0,219	0,924	20,80	0,219	0,934	21,02	0,90	0,23	2,20	0,878	0,202
1,0	0,216	0,853	21,32	0,214	0,879	21,98	0,210	0,906	22,63	0,209	0,915	22,80	0,208	0,927	23,17	1,0	0,24	2,18	0,873	0,210
1,1	0,208	0,839	23,05	23,05	0,867	23,85	0,202	0,891	24,64	0,201	0,907	24,96	0,199	0,919	25,30	1,1	0,25	2,14	0,868	0,217
1,2	0,201	0,824	24,70	0,197	0,855	25,66	0,194	0,887	26,59	0,193	0,898	26,96	0,191	0,912	27,36	1,2	0,26	2,11	0,863	0,224
1,3	0,195	0,809	26,28	0,191	0,843	27,40	0,187	0,878	28,51	0,186	0,890	28,96	0,185	0,905	29,41	1,3	0,27	2,08	0,857	0,236
1,4	0,190	0,794	27,79	0,185	0,831	29,09	0,181	0,868	30,36	0,180	0,881	30,80	0,178	0,898	31,42	1,4	0,28	2,05	0,852	0,239
1,5	0,185	0,780	29,22	0,180	0,818	30,71	0,176	0,859	32,18	0,175	0,873	32,76	0,173	0,890	33,38	1,5	0,29	2,02	0,847	0,246
1,6	0,181	0,765	30,58	0,176	0,808	32,28	0,172	0,850	33,94	0,170	0,864	34,60	0,168	0,883	35,22	1,6	0,30	1,99	0,841	0,252
1,7	0,177	0,750	31,86	0,171	0,796	33,78	0,167	0,840	35,66	0,166	0,856	36,36	0,164	0,876	37,23	1,7	0,31	1,96	0,836	0,259
1,8	0,174	0,735	33,07	0,168	0,784	35,23	0,164	0,831	37,33	0,162	0,847	38,20	0,161	0,868	39,08	1,8	0,32	1,94	8,331	0,266
1,9	—	—	—	0,165	0,772	36,61	0,160	0,822	38,96	0,158	0,839	39,80	0,156	0,861	40,94	1,9	0,33	1,92	0,825	0,272
2,0	—	—	—	0,163	0,760	37,94	0,157	0,812	40,54	0,156	0,830	41,40	0,153	0,854	42,70	2,0	0,34	1,89	0,820	0,279
2,1	—	—	—	0,160	0,747	39,20	0,154	0,803	42,07	0,152	0,822	43,20	0,153	0,847	44,44	2,1	0,35	1,87	0,815	0,285
2,2	—	—	—	0,157	0,735	40,40	0,151	0,794	43,55	0,150	0,813	44,60	0,147	0,839	46,14	2,2	0,36	1,85	0,810	0,292
2,3	—	—	—	—	—	—	0,150	0,783	44,98	0,147	0,805	46,20	0,144	0,832	47,84	2,3	0,37	1,83	0,804	0,298
2,4	—	—	—	—	—	—	0,149	0,773	46,37	0,144	0,796	47,80	0,142	0,825	49,50	2,4	0,38	1,81	0,799	0,304
2,5	—	—	—	—	—	—	0,146	0,764	47,71	0,143	0,788	49,20	0,140	0,817	51,06	2,5	0,39	1,79	0,794	0,310
2,6	—	—	—	—	—	—	0,143	0,754	49,01	0,140	0,780	50,60	0,138	0,810	52,66	2,6	0,40	1,78	0,788	0,315
2,7	—	—	—	—	—	—	0,141	0,745	50,25	0,139	0,771	52,00	0,136	0,803	54,18	2,7	0,41	1,77	0,783	0,321
2,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,137	0,763	53,40	0,134	0,795	55,68	2,8	0,42	1,75	0,778	0,327
2,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,136	0,754	54,60	0,132	0,788	57,14	2,9	0,43	1,73	0,772	0,332
3,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,134	0,746	56,00	0,131	0,781	58,50	3,0	0,44	1,72	0,767	0,338
3,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,132	0,737	57,00	0,129	0,773	59,94	3,1	0,45	1,71	0,762	0,343
3,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,128	0,766	61,28	3,2	0,46	1,69	0,756	0,348
3,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,127	0,759	62,54	3,3	0,47	1,68	0,751	0,353
3,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,125	0,751	63,92	3,4	0,48	1,67	0,746	0,358
3,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,124	0,744	65,10	3,5	0,49	1,66	0,740	0,362
3,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,123	0,737	66,24	3,6	0,50	1,65	0,735	0,368

Exemplu de calcul:

Să se determine secțiunea armăturii tensionate după aceleași date, ca în exemplul precedent, dar cu condiția ca în zona comprimată constructiv sunt puse 4 ϕ 24. $\Omega_a' = 18{,}10\ \text{cm}^2$.

Luăm $h_0 = 61{,}5\ \text{cm}\ ,\ a_1 = 3{,}7\ \text{cm}.$

Determinăm momentul ce-l poate prelua armătura comprimată și o cantitate egală în armătura tensionată:

$$M_1 = \frac{\Omega_a' \sigma_c (h_0 - a_1)}{K} = \frac{18{,}1 \times 2500\,(59 - 3{,}7)}{2} = 1.250.000\ \text{kg/cm}$$

$$M_2 = M - M_1 = 2.500.000 - 1.250.000 = 1.250.000\ \text{kg/cm}.$$

Cantitatea de armătură necesară preluării lui M_2:

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{59}{\sqrt{1250000/30}} = 0{,}289\ ,\ \mu = 1{,}11\%$$

$$\Omega_{a2} = \frac{\mu\, b\, h_0}{100} = \frac{1{,}11 \times 30 \times 61{,}5}{100} = 19{,}9\ \text{cm}^2$$

$$\Omega_a = \Omega_{a1} + \Omega_{a2} = 18{,}10 + 19{,}9 = 38\ \text{cm}^2$$

CALCULUL SECȚIUNILOR IN T

Se deosebesc trei cazuri, după raportul $\frac{h_n}{h}$

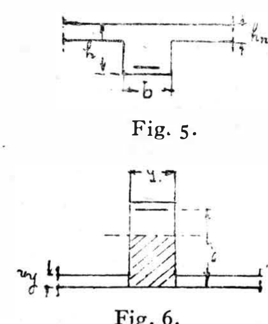


Fig. 5.

Fig. 6.

1° $\frac{h_n}{h} < 0{,}1$

2° $\frac{h_n}{h} > 0{,}2$

3° $0{,}2 > \frac{h_n}{h} > 0{,}1$.

Cazul $\frac{h_n}{h} < 0{,}1$

Placa fiind foarte subțire, influența ei nici nu se ia în considerare. T.Y.H. prevede să se calculeze secțiunea ca dreptunghiulară cu lățimea b.

$$M_r = b\, h_0^2\, R_i\, \alpha\, (1 - 0{,}53\, \alpha)$$

Cazul $\frac{h_n}{h} > 0{,}2$

Inălțimea plăcii este așa de mare, că axa neutră trece de regulă prin ea. In felul acesta grinda se calculează ca o grindă dreptunghiulară de lățimeà b_n.

$$M_r = b_n\, h^2\, R_i\, \alpha\, (1 - 0{,}53\, \alpha)$$

unde b_n este lățimea de placă care lucrează și

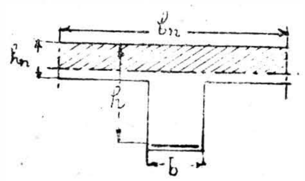


Fig. 7.

$$\alpha = \frac{\Omega_a \, \sigma_c}{b_n \, h_0 \, R_i}$$

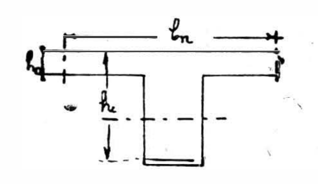
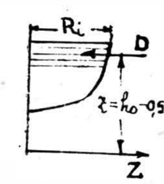



Fig. 8.

Cazul $0{,}1 < \frac{h_n}{h} < 0{,}2.$

In acest caz, axa neutră trece sau prin placă sau prin grindă. Compresiunea din grindă însă este practic suficient de mică, pentru a putea fi neglijată.

T. Y. H. propune formula:

$$M_r = b_n \, h_0^2 \, R_i \, \alpha \, (1 - 0{,}53 \, \alpha)$$

Sau a doua formulă, dedusă din ipoteza că lucrează toată placa și că rezistențele sunt repartizate dreptunghiular:

$$z = h_0 - 0{,}5 \; h_n$$

$$M_r = Zz = \Omega_a \, \sigma_c \, (h_0 - 0{,}5 \; h_n)$$

$$M = \frac{M_r}{k} = \frac{\Omega_a \, \sigma_c \, (h_0 - 0{,}5 \, h_n)}{k}$$

Așa cum am presupus dela început, armătura curge înainte de ruperea betonului, deci trebue să avem:

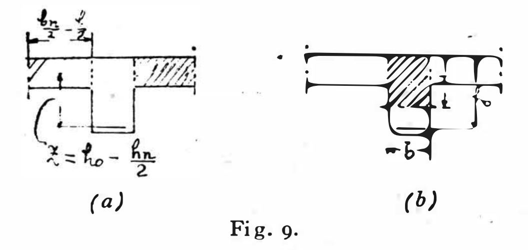
$$Z \leqslant D \quad \text{sau} \quad \Omega_a \, \sigma_c \leqslant R_i \, b \, h_n$$

Pornind dela aceasta, T. Y. H., cere ca pentru cazurile

$\frac{h_n}{h} > 0{,}2$ și $0{,}1 < h_n < 0{,}2$ secțiunile armăturii tensionate să fie

$$\Omega_a \leqslant \frac{R_i}{\sigma_c} \, b_n \, h_n \, .$$

Dacă $\Omega_a > \frac{R_i}{\sigma_c} b_n \, h_n$ și $\frac{h_n}{h} > 0{,}1$, T. Y. H. recomandă considerarea zonei comprimate din grindă.



(a) (b)

Fig. 9.

Grinda se consideră în cazul acesta împărțită în două:

$$M_{1r} = R_i \, (b_n - b) \, h_n \left(h_1 - \frac{h_n}{2} \right)$$

$$M_{2r} = b\, h_0^2\, R_i\, \alpha_1 (1 - 0{,}53\, \alpha_1)$$

$$M_t = M_{1r} + M_{2r} = R_i (b_n - b)\, b_n \left(h_0 - \frac{h_n}{2}\right) + b\, h_0^2\, R_i\, \alpha_1 (1 - 0{,}53\, \alpha_1)$$

$$\text{unde} \quad \alpha_1 = \frac{\Omega a\, \sigma_c}{b\, h_0\, R_i} - \left(\frac{b_n}{b} - 1\right) \frac{h_n}{h} \leqslant 0{,}5.$$

In calcul se determină întâi momentul de rupere pentru cazul *a)* şi

$$\Omega_1 = \frac{M_1}{\sigma_c \left(h_0 - \frac{h_n}{2}\right)}$$

Se determină apoi:

$M_2a = M_t - M_1a$ şi dăm acest moment grinzii dreptunghiulare dela cazul *b*, calculând apoi pe $\Omega_2 a$:

$$\Omega_{at} = \Omega_{a1} + \Omega_{a2}$$

Verificarea secţiunilor:

Cazul $\frac{h_n}{h} < 0{,}1$, se verifică cu una din formulele:

$$K = \frac{b h_0^2\, R_i\, \alpha (1 - 0{,}53\, \alpha)}{M}$$

$$\text{sau} \quad K = \frac{\Omega_a\, \sigma_c\, h_0 (1 - 0{,}53\, \alpha)}{M}$$

Cazul $\frac{h_n}{h} > 0{,}2$

$$K = \frac{b_n\, h_0\, R_i\, \alpha (1 - 0{,}53\, \alpha)}{M}$$

$$\text{sau} \quad K = \frac{\Omega_a\, \sigma_c\, h_0 (1 - 0{,}53\, \alpha)}{M}$$

Cazul $0{,}2 > \frac{h_n}{h} > 0{,}1$

$$K = \frac{\Omega_a\, \sigma_c (h_0 - 0{,}5\, h_n)}{M}$$

Dimensionare:

După tipul grinzii în T se utilizează diverse formule.

Fiind necesar să se aleagă a priori, un procent de armare μ, şi cum acest μ urmează să fie raportat la $\Omega_b = b h_0$, h_0 nefiind iniţial cunoscut, urmează să se ia dela început anumite valori pentru μ.

μ se poate lua după preţurile din 1938 din U. R. S. S., între 0,9 — 1,8%.

După ce ne-am impus procentul de armare, determinăm înălţimea necesară h_0 pentru cazurile 1 şi 2 $\left(\frac{h_n}{h} < 0{,}1 \text{ şi } \frac{h_n}{h} > 0{,}2\right)$ cu tab. 10 şi 11 (ca pentru secţiuni dreptunghiulare).

Procentul de armare urmează însă să se ia în raport cu b şi nu cu b_n, astfel încât pentru cazul $\frac{h_n}{h} > 0{,}2$, se ia $\mu_{calcul} = \mu \frac{b_n}{b}$

Pentru tipul al treilea de grindă $0,1 > \frac{h_n}{h} < 0,2$, h se determină neglijându-se compresiunile din grindă.

Jdanov recomandă următoarele formule, pentru h_0 :

pentru

$$St.\ 37 \quad h_0 = 26 \sqrt[3]{\frac{M}{\mu}}$$

$$St.\ 52 \quad h_0 = 24,5 \sqrt{\frac{M}{\mu}}\ ,\ M \text{ în } tm$$

Promstroiproiect recomandă formula:

$$h_0 = (18 - 22) \sqrt[3]{MK}\,.$$

Exemple de calcul:

Să se verifice secțiunea T cu următoarele date:

$M = 23.000$ kg/cm, $d_0 = 7$ cm, $h = 80$ cm, $b = 30$ cm, $bn = 150$ cm

cu $\Omega_a = 31,67$ cm² (M 110, $K = 2$)

$$\text{Avem: } \frac{d}{h} = \frac{7}{80} = 0,088 < 0,1$$

$$K = \frac{\Omega_a\, \sigma_c\, h_0\, (1 - 0,53\, \alpha)}{M} = \frac{31,67 \times 2500 \times 74\, (1 - 0,53\, \alpha)}{2.300.000}$$

$$\text{unde } \alpha = \frac{\Omega_a}{b\, h_0} \cdot \frac{\sigma_c}{R_i} = \frac{31,67 \times 2500}{30 \times 74 \times 110} = 0,322 < 0,5$$

$$K = \frac{31,67 \times 2500 \times 74\, (1 - 0,53 \times 0,322)}{2300000} = \frac{31,67 \times 2500 \times 74 \times 0,838}{2300000} = 2,1 > 2$$

2°. Să se verifice grinda în T, precedentă, în care $d = 20$ cm.

$$\frac{d}{h} = \frac{20}{80} = 0,25 > 2$$

$$\alpha = \frac{\Omega_a\, \sigma_c}{bh_0\, Rb} = \frac{31,67 \times 2500}{150 \times 74 \times 110} = 0,065 < 0,5$$

$$1 - 0,53\, \alpha = 0,966$$

$$K = \frac{\Omega_a\, \sigma_c\, h_0\, (1 - 0,53\, \alpha)}{M} = \frac{31,67 \times 2500 \times 74 \times 0,966}{2.300.000} = 2,48 > 2$$

3°. Să se verifice aceeași secțiune în T, pentru $d = 10$ cm:

$$\frac{d}{h} = \frac{10}{80} = 0,125 < 0,2$$

$$K = \frac{\Omega_a\, \sigma_c\, (h_0 - 0,5\, \alpha)}{M} = \frac{31,67 \times 2500\, (74 - 5)}{2.300.000} = 2,38 > 2.$$

4°. Dimensionarea grinzilor în T.

$\frac{d}{h} < 0,1$. Să se armeze grinda în T, care suportă un moment $M = 23.000$ kgm; $b = 30$ cm; $h = 80$ cm; $b_n = 150$ cm; $d = 7$ cm; M 110, $K = 2$; $\frac{d}{h} = \frac{7}{80} < 0,1$.

Momentul fiind mare se poate presupune, că punem armătura pe 2 rânduri:

$$h_0 = 80 - 6 = 74 \text{ cm}$$

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{M/b}} = \frac{74}{\sqrt{2300000/30}} = 0,267, \ \mu = 1,34\% \text{ după Tab. 10.}$$

$$\Omega_a = \mu \frac{b\,h_0}{100} = 0,0134 \times 30 \times 74 = 29,80 \text{ cm}^2, \text{ se iau } 7 \ \phi \ 24,$$

5°. Să se dimensioneze și armeze grinda în T cu următoarele date: $M = 23000$ kgm, $b_n = 150$ cm; $d = 7$ cm, St. 37, $K = 2$, $\mu = 1,1\%$.

Deoarece momentul e mare, putem presupune că grinda intră în tipul 1 (având h mare)

pentru $\mu = 1,1\%$, avem $r = 0,296$ (tab. 10)

$$h = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0,296\sqrt{\frac{2300000}{30}} = 80,4 \text{ cm}$$

$$h = h_0 + 6 = 80,4 + 6 = 86,4$$

$$\text{Se ia } h = 85 \text{ cm, deci } h_0 = 79 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{7}{85} < 0,1$$

Dacă nu ar fi intrat în tipul 1, am fi refăcut calculul după noul tip.

Pentru calculul armăturii:

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{79}{\sqrt{\frac{2300000}{30}}} = \frac{79}{277} = 0,285; \ \mu = 1,14\%$$

$$\Omega_a = \mu \frac{b\,h_0}{100} = 0,0114 \times 130 \times 79 = 27,05 \text{ cm}^2, \text{luăm } 7 \ \phi \ 22.$$

6°. Să se dimensioneze grinda din cazurile precedente, în care, $d = 20$ cm. Iau ca procent de armare $\mu = 1\%$.

$$\frac{d}{h} = \frac{20}{80} = 0,25 > 0,2$$

$$\mu_c = \mu \frac{b}{b_n} = 1 \times \frac{30}{150} = 0,2\%, \ \sigma = 0,641$$

$$h_0 = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0{,}641\sqrt{\frac{2300000}{150}} = 79{,}5 \text{ cm}$$

$$h = 79{,}5 + 6 = 85 \text{ cm}; \quad \frac{d}{h} = \frac{20}{85} = 0{,}235 > 0{,}2$$

$$\Omega_a = \mu \frac{b_n h_0}{100} = 0{,}002 \times 150 \times 79 = 23{,}7 \text{ cm}^2; \; 6 \, \phi \, 22 \text{ cu } \Omega_a = 22{,}8 \text{ cm}_2$$

Cum era şi de aşteptat armătura în acest caz este mai mică, decât armătura dela cazul precedent.

7°. Dimensionarea şi armarea grinzii după Tipul 3.

Să se dimensioneze grinda care suportă $M = 2300000$ kgcm şi au $b = 30$ cm, $h = 80$ cm, $b_n = 150$ cm; $d = 10$ cm:

$$\frac{d}{h} = \frac{10}{80} = 0{,}125 \; ; \; 0{,}2 > \frac{d}{h} > 0{,}1$$

$$h_0 = h - 6 = 80 - 6 = 74 \text{ cm}$$

$$z = h_0 - 0{,}5 \, d = 74 - 0{,}5 \times 10 = 69 \text{ cm}$$

$$\Omega_a = \frac{MK}{\sigma_c (h_0 - 0{,}5 \, d)} = \frac{2.300.000 \times 2}{2500 \times 69} = 26{,}70 \text{ cm}^2$$

Armarea maximală pentru grindă este:

$$\Omega_a < \frac{R_i}{\sigma_c} b_n \, d = \frac{110}{2500} \times 150 \times 10 = 26{,}6 \text{ cm}^2$$

Luăm 7 ϕ 22 cu $\Omega_a = 26{,}61$ cm².

8°. Să se dimensioneze şi armeze aceeaşi grindă, cu datele:

$M = 2300000$ kgcm; $b = 30$ cm, $b_n = 150$ cm, $d = 10$ cm, $\mu = 0{,}9\%$.

Cum $d = 10$ cm, bănuim că ne încadrăm în tipul 3.

După *Jdanov:*

$$h_0 = 26\sqrt[3]{\frac{M}{\mu}} = 26\sqrt[3]{\frac{23}{0{,}9}} = 76{,}5 \text{ cm}, \; h = 76{,}5 + 6 = 82{,}5 \cong 85 \text{ cm}$$

$$h_0 = 85 - 6 = 79 \text{ cm}$$

$$\Omega_a = \frac{2300000 \times 2}{2500\,(79 - 0{,}5 \times 10)} = \frac{2300000 \times 2}{2500 \times 74} = 24{,}8 \text{ cm}^2 \quad 8 \, \phi \, 20 = 25{,}13 \text{ cm}^2$$

COMPRESIUNE EXCENTRICĂ

Sistemul de calcul rus, distinge — ca și cel german — două grupe:

Grupa I, în care intră stâlpii cu excentricitate mare și

Grupa II, pentru elementele de construcție, în care forța N se aplică cu o excentricitate mică.

Pentru elementele din prima grupă sunt de făcut câteva observațiuni:

a) In secțiune apar rezistențe de tensiune și de compresiune.

b) Ruperea — după cum se constată experimental — la astfel de piese se produce la fel ca la secțiunile dublu armate, încovoia e simplu, adică: armătura tensionată curge, rezistența de compresiune în beton ajunge la rupere, armătura comprimată ajunge la curgere.

c) Diagrama rezistențelor de comprimare se dă tot o parabolă cubică.

Pentru calculul secțiunilor, care fac parte din această grupă, formulele se deduc — evident — tot din condițiunile de echilibru între forțele interioare și cele exterioare, în momentul ruperii:

Din ecuația de proiecție, avem:

$$(\alpha) \qquad N_r - D - D_a + Z = 0$$

unde $D_a = \Omega'_a \sigma_c, \; Z = \Omega_a \sigma_c$ și

$$D = \frac{3}{4} bx R_i$$

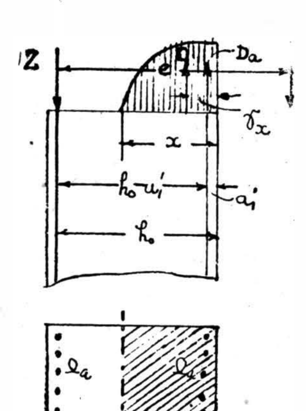


Fig. 10.

iar ecuația de moment:

$$(\beta) \qquad N_r e - D\,(h_0 - \gamma x) - D_a\,(h_0 - a') = 0$$

unde e = distanța dela forța N_r la armătura tensionate

și $\gamma = \frac{2}{5}$ pentru o parabolă cubică.

Din ecuațiile (α) și (β), se capătă prin întroducerea valorilor lui D, Z și D_a:

$$(\gamma) \qquad N_r - 0{,}75\; bx R_i - \Omega'_a \sigma_c + \Omega_a \sigma_c = 0$$

$$(\delta) \qquad N_r e - 0{,}75\, b\, R_i\,(h_0 - \frac{2}{5}\, x) - \Omega'_a \sigma_c\,(h_0 - a') = 0$$

și apoi, prin împărțirea respectiv cu $b\, h_0 R_i$ și $bh_0^2 R_i$:

$$\frac{N_r}{b\, h_0\, R_i} - 0{,}75\,\frac{x}{h_0} - \frac{\Omega_a \sigma_c}{b\, h_0\, R_i} + \frac{\Omega'_a \sigma_c}{b\, h_0\, R_i} = 0$$

$$\frac{N_r\,.\,e}{b\, h_0^2\, R_i} - \frac{0{,}75\, x\left((h_0 - \frac{2}{5}\, x\right)}{h_0^2} - \frac{\Omega'_a \sigma_c\,(h_0 - a')}{b\, h_0^2\, R_i} = 0$$

și întroducând notațiile:

$$n_r = \frac{N_r}{b\, h_0\, R_i} \text{ , } \alpha = \frac{\Omega_a}{b\, h_0} \frac{\sigma_c}{R_i} \text{ și } \alpha' = \frac{\Omega' \sigma_c}{b\, h_0\, R_i}$$

$$\beta = \alpha - \alpha' \; ; \; \xi = \frac{x}{h_0} \; ; \; c = \frac{e}{h_0} \; ; \; \delta' = \frac{a}{h_0}$$

ceea ce duce la:

$$\begin{cases} n_r - 0{,}75\; \xi + \beta = 0 \\ n_r\, c - 0{,}75\; \xi \left(1 - \frac{2}{5} \xi\right) - \alpha' (1 - \delta') = 0 \end{cases}$$

Dacă valoarea $\xi = \frac{n_r + \beta}{0{,}75}$ scoasă din prima ecuație, este întrodusă în a doua se capătă:

(1) $$n_r\, c = (\beta + n_r)\; [1 - 0{,}53\; (\beta + n_r)] + \alpha' (1 - \delta')$$

care pentru armare simetrică $\alpha = \alpha'$, $\beta = 0$, devine:

(2) $$n_r\, c = n_r (1 - 0{,}53\; n_r) + \alpha' (1 - \delta') = 0$$

Se poate ușor observa că între ecuația (1) și ecuația corespunzătoare dela secțiunile dublu armate, simplu încovoiate, există o analogie, factorul $n_r c = \frac{N_r\, c}{b\, h_0^2\, R_i}$, reprezentând momentul în raport cu armătura tensionată, iar $(\beta + n_r)$ din membrul al doilea având aceeași semnificație cu β din încovoiere simplă.

Pe cale experimentală, s'a arătat că pentru $n_r + \beta < 0{,}5$ curge întâi armătura iar pentru $0{,}5 < n_r + \beta < 0{,}65$, cauza ruperii este uneori fierul întins, iar alteori zona comprimată. T. Y. H. limitează întrebuințarea practică a formulelor (1) și (2), pentru

$$\beta + n_r \leqslant 0{,}575$$

Verificarea secțiunii:

Din (1) găsim:

$$n_r = \frac{(1 - c) - 1{,}06\; \beta + \sqrt{(1 - c)^2 + 2{,}12\, \beta \left[c + \frac{\alpha'}{\beta}\; 1 - \delta')\right]}}{1{,}06}$$

$$Nr = b\, h_0\, R_i\, n_r$$

$$K = \frac{Nr}{N} \quad \text{iar sarcina admisibilă} \quad N = \frac{Nr}{K}$$

Pentru $\Omega_a = \Omega_a'$, tab. 12 și tab. 13 servesc la verificare.

Exemple de calcul:

1°. Să se verifice secțiunea 40×72 cu $\Omega_a = \Omega'_a = 5 \varnothing\ 26 = 26{,}5\ \text{cm}^2$, $a' = 4$ cm supusă unui moment $M = 29{,}3\ tm$ şi unei forțe $N = 20{,}4\ t$ (beton $M\,110$, $\sigma_c = 2500\ \text{kg/cm}^2$, $K = 2{,}2$). Avem succesiv:

$$\frac{e_0}{h} = \frac{M}{Nh} = \frac{29300}{20{,}4 \times 0{,}72} = 2{,}0$$

$$\alpha' = \alpha = \frac{\Omega_a\, \sigma_c}{bh\, R_i} = \frac{26{,}5 \times 2500}{40 \times 72 \times 110} = 0{,}21$$

$$\delta' = \frac{a'}{h} = \frac{4}{72} \cong 0{,}05\ .$$

După tabela 12, $n_r = 0{,}120$

$$N_r = n_r\, bh\, R_i = 0{,}120 \times 40 \times 72 \times 110 = 38\ t$$

$$K = \frac{38}{20{,}4} = 1{,}87 < 2{,}2\ .$$

2°. Să se verifice aceeaşi secțiune pentru:

$N = 20{,}4\ t$, $M = 23{,}9\ tm$, $\Omega_a = 26{,}93\ \text{cm}^2$, $\Omega'_a = 10{,}16\ \text{cm}^2$, betonul fiind însă un beton $M\,170$.

Aplică formula de verificare:

$$n_r = \frac{(1 - c) - 1{,}06\ \beta + \sqrt{(1 - c)^2 + 2{,}12\ \beta \left[c + \frac{\alpha'}{\beta}\,(1 - \delta')\right]}}{1{,}06}$$

unde

$$\alpha = \frac{26{,}93}{40 \times 72} \cdot \frac{2500}{155} = 0{,}151$$

$$\alpha' = \frac{10{,}16}{40 \times 72} \cdot \frac{2500}{155} = 0{,}057$$

$$\beta = \alpha - \alpha' = 0{,}151 - 0{,}057 = 0{,}094$$

$$\delta' = \frac{a'}{h_0} = \frac{4}{72} = 0{,}056\ ,\quad 1 - \delta' = 0{,}944$$

$$c = \frac{e}{h_0} \text{ unde } e = e_0 + \frac{h}{2} - a' = 144 + \frac{72}{2} - 4 = 176\ \text{cm},$$

$$c = 2{,}44\ ;\ (1 - c)^2 = 2{,}07$$

$$n_r = \frac{-1{,}44 - 1{,}06 \times 0{,}094 + \sqrt{2{,}07 + 2{,}12 \times 0{,}094\left[2{,}44 + \frac{0{,}067}{0{,}094}0{,}944\right]}}{1{,}06} = 0{,}095$$

$$N_r = 0{,}095 \times 40 \times 72 \times 155 = 42{,}2\ \text{t}$$

$$K = \frac{42{,}2}{20{,}4} = 2{,}1$$

3. Să se verifice aceeaşi secţiune pentru

$$N = 20{,}4 \text{ t}, \quad M = 29{,}3 \text{ tm}, \quad \Omega a = 26{,}94 \text{ cm}^2, \quad \Omega'_a = 10{,}16 \text{ cm}^2,$$

betonul având însă M 200, iar fierul având $\sigma_c = 2800$ kg/cm².

Se aplică formula:

$$n_r = \frac{(1-c) - 1{,}06\,\beta + \sqrt{(1+c)^2 + 2{,}12\,\beta\left[c + \frac{\alpha'}{\beta}(1-\delta')\right]}}{1{,}06}$$

unde:

$$\alpha = \frac{26{,}93}{40 \times 72} \cdot \frac{2800}{180} = 0{,}145$$

$$\alpha' = \frac{10{,}16}{40 \times 72} \cdot \frac{2800}{180} = 0{,}055$$

$$\beta = \alpha - \alpha' = 0{,}090 \;, \quad \delta' = \frac{\alpha'}{h_0} = \frac{4}{72} = 0{,}056$$

$$c = \frac{e}{h_0}, \text{ unde } e = e_0 + \frac{h}{2} - \alpha' = 144 + \frac{72}{2} - 4 = 176 \text{ cm}$$

$$c = \frac{176}{72} = 2{,}44 \;; \; 1 - c = -1{,}44 \,, \; 1 - \delta' = 0{,}944 \,, \; (1-c)^2 = 2{,}07$$

$$n_r = \frac{-1{,}44 - 1{,}06 \times 0{,}090 + \sqrt{2{,}07 + 2{,}12 \times 0{,}090\left[2{,}44 + \frac{0{,}052}{0{,}090}\,0{,}944\right]}}{1{,}06} = 0{,}0945$$

$$N_r = n_r\, b\, h\, R_i = 0{,}0945 \times 40 - 72 \times 180 = 49 \text{ t}$$

$$K = \frac{49}{20{,}4} = 2{,}4\,.$$

Datele acestui exemplu, sunt aproximativ datele exemplului 10 — Exemplul 10 — din B. K. 1943: beton cu $\sigma_b = 75$ kg/cm² şi $\sigma_f = 1400$ kg/cm².

Dimensionare:

Dimensionarea la compresiune excentrică este similară — ca şi în sistemul de calcul german — cu dimensionarea la încovoiere — secţiune dublu armată.

Calculul se face cu ajutorul Tab. 14, în care M_D este momentul compresiunilor în beton de raport cu armătura tensionată.

Intr'adevăr, dacă în formula (1) se întroduc relaţiile:

$$n_r = \frac{KN}{b\,h_0\,R_i} \text{ şi } c = \frac{e}{h_0} = \frac{\frac{M}{N} + 0{,}5\,(h_0 - a')}{h_0}, \text{ avem:}$$

$$\frac{KN}{b\,h_0^2\,R_i}\left[\frac{M}{N} + 0{,}5\,(h_0 - a')\right] = (\beta + n_r)\left[1 - 0{,}53\,(\beta + n_r)\right] + \alpha'\,(1 - \delta')$$

sau:

$$(1')\quad K\left[M + 0{,}5\,N(h_0 - a')\right] = b\,h_0^2\,R_i\,(\beta + n_r)\left[1 - 0{,}53(\beta + n_r)\right] + b h_0^2 R_i \alpha'(1 - \delta')$$

Dar: $$K\left[(M + 0{,}5\ N(h_0 - a')\right] = KM_N$$

este momentul forţei de rupere în raport cu armătura tensionată, iar

$$b\,h_0^2\,R_i\,a'(1 - \delta') = \Omega_a'\,\sigma_c(h_0 - a') = K\,M_A'$$

este momentul efortului luat de armătura comprimată în raport cu armătura tensionată. Ecuaţia (1) devine deci:

$$K(M_N - M_A') = b\,h_0^2\,R_i(\beta + n_r)\left[1 - 0{,}53\,(\beta + n_r)\right] = \underline{KM_D}$$

Secţiunea de fier necesară pentru a prelua pe M_D se determină cu ajutorul Tab. 14, unde se poate proceda în două feluri:

a) Sau se alege M_D, să presupunem momentul maxim pe care-l poate lua armătura simplă (corespunzător valorilor ultime din coloanele tab. 14), se găseşte astfel μ_D corespunzător şi $\Omega_{aD} = \frac{\mu_D\,b\,h_0}{100}$.

b) sau se alege armarea optimă, pentru $\alpha = 0{,}5$, corespunzător valorilor de deasupra liniilor îngroşate din Tab. 14, căpătându-se ca mai sus: $M_D = s\,b\,h_0^2$, $\Omega_{aD} = \frac{\mu_D\,b\,h_0}{100}$.

Odată M_D şi Ω_{aD} calculate, se trece la calculul armăturii comprimate şi al armăturii tensionate corespunzătoare:

$$M_A' = M_N - M_D, \qquad \Omega_a' = \Omega a_1 = \frac{KM_A'}{(h_0 - a_1)\,\sigma_c}.$$

Pentru calculul armăturii tensionate, se foloseşte relaţia:

$\Omega_a \times \frac{\mu_D\,b\,h_0}{100} + \Omega_a' - \frac{NK}{\sigma_c}$, relaţie dedusă din condiţia iniţială de echilibru, în care s'au făcut următoarele transformări succesive:

In relaţia iniţială:

$$N_r - D - D_A + Z = 0,$$

se introduc valorile $D = \Omega_{aD}\,\sigma_c = \frac{\mu_D}{100}\,b\,h_0\,\sigma_c$, $D_A = \Omega_a'\,\sigma_c$ şi $Z = \Omega_a\,\sigma_c$.

Se capătă astfel:

$$N_r - \frac{\mu_D}{100}\,b\,h_0\,\sigma_c - \Omega_a'\,\sigma_c + \Omega_a\,\sigma_c = 0$$

sau $$\frac{N_r}{\sigma_c} - \frac{\mu_D\,b\,h_0}{100} - \Omega_a' + \Omega_a = 0$$

Pentru armarea simetrică, avem:

$$\Omega_a = \Omega_a', \qquad \frac{\mu_0\,b\,h_0}{100} - \frac{NK}{\sigma_c} = 0$$

$$\text{aşa încât: } \mu_D = \frac{NK\,100}{b\,h_0\,\sigma_c}$$

Având μ_D cu Tab. 14 se determină «s» şi $M_D = s\,b\,h_0^2$ şi

$$\Omega_a = \Omega_a' = \frac{K(M_N - M_D)}{(h_0 - a')\,\sigma_c}.$$

Pentru armare simetrică se pot folosi şi Tab. 12 şi Tab. 13, calculat ca şi tab. din « Der Eisenbetonbau » a lui *Saliger*.

Se calculează valorile:

$$\alpha_1 = \alpha'_1 = \frac{\Omega_a \sigma_c}{b\,h\,R_i} = \frac{\Omega'_a \sigma_e}{b\,h\,R_i} \text{ şi valoarea } \frac{e_0}{h} = \frac{M}{Nh}$$

şi se găseşte în Tab. 12 sau 13 (calculate pentru $\delta' = \frac{a'}{h} = 0{,}05$ şi $\delta' = 0{,}08$), valoarea:

$$n_{r1} = \frac{NK}{b\,h\,R_i}, \text{ de unde } K = n_{r1}\frac{b\,h\,R_i}{N}$$

Sau în ipoteza că se caută Ω_a şi Ω^1_a, se găseşte $\mu = \mu'$, pentru valoarea lui nr_1.

Exemple de calcul:

Să se dimensioneze secţiunea, fiind date:

$M = 20{,}4$ t; $M = 29{,}3$ tm; pentru un beton M 200, $\sigma_c = 2800$ kg/cm²

Luând secţiunea 40 × 75 (pentru a compara rezultatul cu exemplul 10 din B. K. 1943)

$$h_0 = h - a' = 75 - 3 = 72 \text{ cm}$$

Avem:

$$M_N = M + 0{,}5\,N\,(h_0 - a') = 29{,}3 + 0{,}5 \times 20{,}4\,(0{,}72 - 0{,}03) = \underline{36{,}35 \text{ tm}}$$

Momentul maxim pe care-l poate lua armătura simplă

$$M_D = sbh_0 = 32{,}727 \times 40 \times 72^2 = 67{,}8 \text{ tm}$$

Fiindcă $M_D > M_N$, nu este necesar o armare dublă.

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{72}{\sqrt{\frac{36350}{0{,}4}}} = 0{,}238$$

$$\text{Din Tab. 14, } \mu = 0{,}180\,,\ \Omega_a = 0{,}0180 \times 40 \times 72 - \frac{20400 \times 2{,}2}{2800} = 35 \text{ cm}^2$$

Armătura totală din calculul după sistemul german — exemplul 10, B. K. 1943—

$$\Omega_{tot} = 37{,}09 \text{ cm}.$$

2. Să se dimensioneze armătura grinzii de beton M 170, de secţiune 30×66, ştiind că $a = a' = 3$ cm, $M = 29{,}3$ tm, $N = 20{,}4$ t.

Avem: $M_N = 29{,}3 + 0{,}5 \times 20{,}4\,(0{,}63 - 0{,}03) = 35{,}4$ tm.

In ipoteza 1°: Armătura tensionată maximă, care se poate pune, este dată de $M_D = 28{,}055 \times 30 \times 63^2 = 33{,}2$ tm, ceea ce face conform Tab. 14, corespunde unui $\mu = 0{,}0356$. Deci:

$$\Omega_{AD} = 0{,}0356 \times 30 \times 66 = 70{,}5 \text{ cm}^2$$

$$M'_A = M_N - M_D = 2{,}2 \text{ tm}$$

$$\Omega'_a = \frac{2{,}2 \times 220000}{60 \times 2500} = 3{,}2 \text{ cm}^2$$

$$\Omega_{atot} = 70{,}5 + 3{,}2 - \frac{20400 \times 2{,}2}{2500} = \underline{55{,}5 \text{ cm}^2}.$$

In ipoteza 2°: armare optimă $\alpha = 0{,}5$.

$$M_D = s\,b\,h_0^2 = 25{,}909 + 30 \times 63 = 30{,}7 \text{ tm}$$

$$\Omega_{AD} = 0{,}031 \times 30 \times 66 = 61{,}2 \text{ cm}^2$$

$$n_r = \frac{NK}{bh\,R\ldots}$$

$\sigma_c =$ 2500 kg/cm²	M 110	$\mu_1 = \mu_1 \ldots$
	M 140	$\mu_1 = \mu_1 \ldots$
	M 170	$\mu_1 = \mu_1 \ldots$
$\frac{l_o}{h}$	$\alpha_1 = \alpha_1'$	
II	0,00	0,…
	0,05	0,…
	0,10	0,…
	0,15	0,…
	0,20	0,…
	0,25	0,…
I	0,30	0,…
	0,35	0,…
	0,40	0,…
	0,45	0,…
	0,50	0,…
	0,55	0,…
	0,60	0,…
	0,65	0,…
	0,70	0,…
	0,75	0,…
	0,80	0,…
	0,85	
	0,90	
	0,95	
	1,00	
	1,10	
	1,20	
	1,30	
	1,40	
	1,50	
	1,60	
	1,70	
	1,80	
	1,90	
	2,00	
	2,20	
	2,40	
	2,60	
	2,80	
	3,00	

$$n_r = \frac{NK}{bh\,R_i}$$

$\sigma_c =$ = 2500 kg/cm²	M 110	$\mu_1 = \mu_1' = 0{,}18$	0,26	0,35
	M 140	$\mu_1 = \mu_1' = 0{,}22$	0,32	0,43
	M 170	$\mu_1 = \mu_1' = 0{,}25$	0,37	0,50
$\frac{l_o}{h}$	$\alpha_1 = \alpha_1'$	0,04	0,06	0,08
II	0,00	0,880	0,920	0,960
	0,05	0,792	0,828	0,863
	0,10	0,716	0,748	0,780
	0,15	0,653	0,682	0,712
	0,20	0,600	0,627	0,655
	0,25	0,556	0,581	0,606
I	0,30	0,553	0,540	0,564
	0,35	0,430	0,481	0,525
	0,40	0,363	0,417	0,463
	0,45	0,303	0,359	0,406
	0,50	0,252	0,308	0,356
	0,55	0,209	0,265	0,312
	0,60	0,174	0,228	0,274
	0,65		0,198	0,242
	0,70		0,173	0,214
	0,75			0,191
	0,80			0,172
	0,85			
	0,90			
	0,95			
	1,00			
	1,10			
	1,20			
	1,30			
	1,40			
	1,50			
	1,60			
	1,70			
	1,80			
	1,90			
	2,00			
	2,20			

$n_r = \frac{NK}{bh R_a}$

TABLOUL 12

$\alpha = 0{,}05\ h$

$\sigma_c =$ 2500 kg/cm²	M 110	$\mu_1=\mu_1'=$ 0,18	0,26	0,35	0,44	0,53	0,62	0,70	0,79	0,88	0,97	1,06	1,14	1,23	1,32	1,41	1,50
	M 140	$\mu_1=\mu_1'=$ 0,22	0,32	0,43	0,54	0,65	0,76	0,86	0,97	1,08	1,19	1,30	1,40	1,51	1,62	1,73	1,84
	M 170	$\mu_1=\mu_1'=$ 0,25	0,37	0,50	0,62	0,74	0,87	0,99	1,12	1,24	1,37	1,49	1,62	1,74	1,86	1,99	2,11
$\frac{l_0}{h}$	$\alpha_1=\alpha_1'$	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34
II	0,00	0,880	0,920	0,960	1,000	1,040	1,080	1,120	1,160	1,200	1,240	2,180	1,320	1,360	1,400	1,440	1,480
	0,05	0,794	0,830	0,866	0,902	0,938	0,974	1,010	1,050	1,080	1,120	1,150	1,190	1,230	1,260	1,300	1,33[illegible]
	0,10	0,722	0,755	0,787	0,820	0,853	0,885	0,918	0,951	0,984	1,020	1,050	1,080	1,110	1,150	1,180	1,210
	0,15	0,662	0,692	0,722	0,752	0,782	0,812	0,842	0,872	0,902	0,932	0,962	0,992	1,020	1,050	1,080	1,110
	0,20	0,611	0,638	0,666	0,694	0,722	0,749	0,777	0,805	0,832	0,860	0,888	0,915	0,943	0,971	0,999	1,030
	0,25	0,567	0,593	0,619	0,644	0,670	0,696	0,721	0,747	0,773	0,799	0,824	0,850	0,876	0,901	0,927	0,953
I	0,30	0,510	0,553	0,577	0,601	0,625	0,649	0,673	0,697	0,721	0,745	0,769	0,793	0,817	0,841	0,865	0,889
	0,35	0,438	0,491	0,536	0,564	0,586	0,609	0,631	0,654	0,676	0,699	0,721	0,744	0,766	0,789	0,811	0,834
	0,40	0,372	0,427	0,475	0,517	0,552	0,573	0,594	0,615	0,636	0,658	0,679	0,700	0,721	0,742	0,764	0,785
	0,45	0,312	0,370	0,419	0,462	0,501	0,537	0,561	0,581	0,601	0,621	0,641	0,661	0,681	0,701	0,721	0,841
	0,50	0,261	0,319	0,369	0,412	0,451	0,488	0,521	0,551	0,569	0,588	0,607	0,626	0,645	0,664	0,683	0,702
	0,55	0,218	0,276	0,324	0,368	0,407	0,443	0,476	0,508	0,538	0,559	0,577	0,595	0,613	0,031	0,61[illegible]	0,667
	0,60	0,183	0,239	0,286	0,328	0,367	0,402	0,435	0,467	0,496	0,524	0,550	0,567	0,584	0,601	0,618	0,635
	0,65	0,155	0,208	0,253	0,294	0,332	0,366	0,399	0,429	0,458	0,486	0,512	0,538	0,557	0,574	0,590	0,606
	0,70	0,133	0,182	0,225	0,265	0,301	0,334	0,366	0,395	0,424	0,451	0,477	0,502	0,526	0,549	0,564	0,580
	0,75	0,117	0,161	0,222	0,239	0,273	0,306	0,336	0,365	0,393	0,419	0,445	0,469	0,493	0,516	0,538	0,556
	0,80	0,107	0,144	0,182	0,217	0,250	0,281	0,310	0,338	0,365	0,391	0,415	0,439	0,468	0,485	0,507	0,528
	0,85		0,129	0,165	0,198	0,229	0,259	0,287	0,314	0,340	0,365	0,389	0,412	0,434	0,456	0,478	0,498
	0,90		0,117	0,150	0,181	0,211	0,239	0,266	0,292	0,317	0,341	0,364	0,387	0,409	0,430	0,451	0,471
	0,95		0,107	0,138	0,167	0,195	0,222	0,248	0,272	0,297	0,320	0,342	0,364	0,385	0,406	0,426	0,446
	1,00			0,127	0,155	0,181	0,207	0,231	0,255	0,278	0,300	0,322	0,343	0,364	0,384	0,403	0,423
	1,10			0,109	0,134	0,158	0,181	0,203	0,225	0,246	0,267	0,287	0,307	0,326	0,345	0,363	0,283
	1,20				0,118	0,140	0,160	0,181	0,201	0,220	0,239	0,258	0,276	0,294	0,312	0,329	0,346
	1,30				0,105	0,125	0,144	0,163	0,181	0,199	0,216	0,234	0,251	0,268	0,284	0,300	0,316
	1,40					0,113	0,130	0,147	0,164	0,181	0,197	0,213	0,229	0,245	0,260	0,275	0,291
	1,50					0,102	0,119	0,135	0,150	0,166	0,181	0,196	0,210	0,225	0,240	0,254	0,268
	1,60						0,108	0,123	0,138	0,153	0,167	0,181	0,194	0,208	0,222	0,236	0,249
	1,70						0,101	0,114	0,128	0,142	0,155	0,168	0,180	0,193	0,207	0,219	0,231
	1,80							0,107	0,119	0,131	0,144	0,157	0,169	0,181	0,192	0,205	0,217
	1,90								0,111	0,123	0,135	0,146	0,153	0,170	0,180	0,192	0,203
	2,00								0,104	0,115	0,126	0,138	0,148	0,159	0,170	0,180	0,191
	2,20									0,103	0,112	0,122	0,132	0,142	0,152	0,161	0,171
	2,40										0,101	0,110	0,119	p,128	0,137	0,146	0,155
	2,60											0,100	0,108	0,117	0,125	0,133	0,141
	2,80												0,100	0,108	0,114	0,122	0,129
	3,00														0,106	0,113	0,119

$n_r = \frac{NK}{bh R_i}$

TABELA 13

$a = 0{,}080\ h$

$\sigma_c = 2500$ kg/cm²	M 110	$\mu_1 = \mu_1' = 0{,}18$	0,26	0,35	0,44	0,53	0,62	0,70	0,79	0,88	0,97	1,06	1,14	1,23	1,32	1,41	1,50
	M 140	$\mu_1 = \mu_1' = 0{,}22$	0,32	0,43	0,54	0,65	0,76	0,86	0,91	1,08	1,19	1,30	1,40	1,51	1,62	1,73	1,84
	M 170	$\mu_1 = \mu_1' = 0{,}25$	0,37	0,50	0,62	0,74	0,87	0,99	1,12	1,24	1,37	1,49	1,62	1,74	1,86	1,99	2,11
	$\frac{l_0}{h}$ \ $\alpha_1 = \alpha_1'$	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34
	0,00	0,880	0,920	0,960	1,000	1,040	1,080	1,120	1,160	1,200	1,240	1,280	1,320	1,360	1,400	1,440	1,480
	0,05	0,792	0,828	0,863	0,899	0,935	0,971	1,01	1,04	1,08	1,11	1,15	1,19	1,22	1,26	1,29	1,33
II	0,10	0,716	0,748	0,780	0,813	0,845	0,877	0,910	0,942	0,974	1,01	1,04	1,07	1,10	1,14	1,17	1,20
	0,15	0,653	0,682	0,712	0,741	0,771	0,800	0,830	0,859	0,889	0,918	0,947	0,977	1,01	1,04	1,07	1,10
	0,20	0,600	0,627	0,655	0,682	0,707	0,736	0,763	0,790	0,817	0,844	0,871	0,898	0,925	0,953	0,980	1,01
	0,25	0,556	0,581	0,606	0,631	0,656	0,681	0,706	0,731	0,756	0,781	0,806	0,831	0,856	0,881	0,907	0,932
			0,540	0,564	0,587	0,610	0,634	0,657	0,680	0,704	0,727	0,750	0,774	0,797	0,820	0,844	0,867
	0,30	0,553			0,549	0,570	0,592	0,614	0,636	0,658	0,680	0,702	0,723	0,745	0,767	0,789	0,811
	0,35	0,430	0,481	0,525		0,535	0,556	0,577	0,597	0,618	0,638	0,659	0,679	0,700	0,720	0,741	0,761
	0,40	0,363	0,417	0,463	0,503			0,544	0,563	0,582	0,602	0,621	0,640	0,660	0,679	0,698	0,717
	0,45	0,303	0,359	0,406	0,448	0,486	0,521		0,532	0,551	0,569	0,587	0,605	0,624	0,642	0,660	0,678
	0,50	0,252	0,308	0,356	0,398	0,436	0,471	0,504			0,540	0,557	0,574	0,592	0,609	0,626	0,644
	0,55	0,209	0,265	0,312	0,354	0,392	0,426	0,459	0,489	0,518		0,530	0,546	0,563	0,579	0,595	0,612
	0,60	0,174	0,228	0,274	0,315	0,352	0,386	0,418	0,448	0,477	0,504			0,536	0,552	0,568	0,583
	0,65		0,198	0,242	0,281	0,317	0,350	0,382	0,411	0,439	0,466	0,491	0,516			0,542	0,557
	0,70		0,173	0,214	0,252	0,287	0,319	0,349	0,378	0,405	0,431	0,456	0,480	0,504	0,526		0,534
	0,75			0,191	0,227	0,260	0,291	0,320	0,348	0,375	0,400	0,424	0,448	0,471	0,493	0,514	
	0,80			0,172	0,205	0,237	0,266	0,295	0,321	0,347	0,372	0,396	0,419	0,441	0,462	0,483	0,504
	0,85				0,187	0,217	0,245	0,272	0,298	0,323	0,346	0,369	0,392	0,413	0,434	0,455	0,475
I	0,90				0,171	0,195	0,226	0,252	0,277	0,300	0,323	0,346	0,367	0,388	0,409	0,429	0,448
	0,95					0,170	0,210	0,234	0,258	0,281	0,303	0,324	0,345	0,365	0,385	0,405	0,423
	1,00						0,195	0,218	0,241	0,263	0,284	0,305	0,325	0,345	0,364	0,383	0,401
	1,10						0,170	0,192	0,212	0,232	0,252	0,271	0,290	0,308	0,326	0,344	0,361
	1,20							0,170	0,189	0,207	0,226	0,243	0,261	0,278	0,294	0,311	0,327
	1,30								0,170	0,187	0,204	0,220	0,236	0,252	0,268	0,283	0,298
	1,40									0,170	0,185	0,201	0,216	0,230	0,244	0,259	0,274
	1,50										0,170	0,184	0,198	0,211	0,225	0,239	0,252
	1,60											0,170	0,183	0,195	0,208	0,221	0,233
	1,70												0,170	0,181	0,193	0,205	0,217
	1,80													0,170	0,181	0,192	0,203
	1,90														0,170	0,180	0,191
	2,00														0,160	0,169	0,179
	2,20																0,160

TABELA 13 $a = 0{,}080\ h$

44	0,53	0,62	0,70	0,79	0,88	0,97	1,06	1,14	1,23	1,32	1,41	1,50
54	0,65	0,76	0,86	0,91	1,08	1,19	1,30	1,40	1,51	1,62	1,73	1,84
62	0,74	0,87	0,99	1,12	1,24	1,37	1,49	1,62	1,74	1,86	1,99	2,11
10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34
00	1,040	1,080	1,120	1,160	1,200	1,240	1,280	1,320	1,360	1,400	1,440	1,480
99	0,935	0,971	1,01	1,04	1,08	1,11	1,15	1,19	1,22	1,26	1,29	1,33
13	0,845	0,877	0,910	0,942	0,974	1,01	1,04	1,07	1,10	1,14	1,17	1,20
41	0,771	0,800	0,830	0,859	0,889	0,918	0,947	0,977	1,01	1,04	1,07	1,10
82	0,707	0,736	0,763	0,790	0,817	0,844	0,871	0,898	0,925	0,953	0,980	1,01
31	0,656	0,681	0,706	0,731	0,756	0,781	0,806	0,831	0,856	0,881	0,907	0,932
87	0,610	0,634	0,657	0,680	0,704	0,727	0,750	0,774	0,797	0,820	0,844	0,867
549	0,570	0,592	0,614	0,636	0,658	0,680	0,702	0,723	0,745	0,767	0,789	0,811
	0,535	0,556	0,577	0,597	0,618	0,638	0,659	0,679	0,700	0,720	0,741	0,761
503			0,544	0,563	0,582	0,602	0,621	0,640	0,660	0,679	0,698	0,717
448	0,486	0,521		0,532	0,551	0,569	0,587	0,605	0,624	0,642	0,660	0,678
398	0,436	0,471	0,504			0,540	0,557	0,574	0,592	0,609	0,626	0,644
354	0,392	0,426	0,459	0,489	0,518		0,530	0,546	0,563	0,579	0,595	0,612
315	0,352	0,386	0,418	0,448	0,477	0,504			0,536	0,552	0,568	0,583
281	0,317	0,350	0,382	0,411	0,439	0,466	0,491	0,516			0,542	0,557
252	0,287	0,319	0,349	0,378	0,405	0,431	0,456	0,480	0,504	0,526		0,534
227	0,260	0,291	0,320	0,348	0,375	0,400	0,424	0,448	0,471	0,493	0,514	
205	0,237	0,266	0,295	0,321	0,347	0,372	0,396	0,419	0,441	0,462	0,483	0,504
187	0,217	0,245	0,272	0,298	0,323	0,346	0,369	0,392	0,413	0,434	0,455	0,475
171	0,195	0,226	0,252	0,277	0,300	0,323	0,346	0,367	0,388	0,409	0,429	0,448
	0,170	0,210	0,234	0,258	0,281	0,303	0,324	0,345	0,365	0,385	0,405	0,423
		0,195	0,218	0,241	0,263	0,284	0,305	0,325	0,345	0,364	0,383	0,401
		0,170	0,192	0,212	0,232	0,252	0,271	0,290	0,308	0,326	0,344	0,361
			0,170	0,189	0,207	0,226	0,243	0,261	0,278	0,294	0,311	0,327
				0,170	0,187	0,204	0,220	0,236	0,252	0,268	0,283	0,298
					0,170	0,185	0,201	0,216	0,230	0,244	0,259	0,274
						0,170	0,184	0,198	0,211	0,225	0,239	0,252
							0,170	0,183	0,195	0,208	0,221	0,233
								0,170	0,181	0,193	0,205	0,217
									0,170	0,181	0,192	0,203
										0,170	0,180	0,191
										0,160	0,169	0,179
												0,160

TABELA 14

$$K = 2{,}2;\ \ \sigma_c = 2500\ \text{kg/cm}^2;\ \ h_0 = r\sqrt{\frac{M_D}{b}}\ ;\ \ M_D = s\,b\,h_0{}^2;\ \ \Omega_{aD} = \mu_D\, b h_0$$

Marca bet. μ_b %	90		110		140		170		200	
	r	s	r	s	r	s	r	s	r	s
0,2	0,673	2,205	0,671	2,218	0,670	2,230	0,669	2,236	0,668	2,241
0,3	0,554	3,259	0,553	3,284	0,550	3,313	0,550	3,327	0,546	3,336
0,4	0,482	4,277	0,480	4,325	0,478	4,374	0,477	4,382	0,478	4,418
0,5	0,435	5,264	0,433	5,338	0,430	5,423	0,429	5,445	0,428	5,564
0,6	0,401	6,248	0,399	6,325	0,396	6,431	0,392	6,454	0,393	6,518
0,7	0,374	7,138	0,371	7,285	0,367	7,479	0,366	7,491	0,364	7,519
0,8	0,352	8,020	0,349	8,213	0,345	8,403	0,344	8,473	0,342	8,559
0,9	0,334	8,873	0,331	9,116	0,327	9,356	0,325	9,455	0,324	9,556
1,0	0,321	9,691	0,317	9,993	0,313	10,288	0,310	10,364	0,308	10,533
1,1	0,308	10,476	0,304	10,842	0,300	11,199	0,298	11,345	0,296	11,400
1,2	0,298	11,229	0,294	11,663	0,288	12,087	0,286	12,255	0,283	12,436
1,3	0,289	11,945	0,283	12,456	0,277	12,959	0,276	13,155	0,274	13,370
1,4	0,281	12,631	0,275	13,222	0,268	13,801	0,267	14,007	0,264	14,284
1,5	0,274	13,282	0,268	13,961	0,262	14,625	0,260	14,891	0,257	15,173
1,6	0,268	13,900	0,262	14,673	0,256	15,429	0,252	15,727	0,250	16,009
1,7	0,262	14,484	0,254	15,356	0,248	16,210	0,246	16,527	0,243	16,923
1,8	0,257	15,053	0,250	16,013	0,244	16,970	0,241	17,364	0,238	17,764
1,9			0,245	16,642	0,239	17,708	0,235	18,090	0,232	18,600
2,0	0,253	15,554	0,239	17,245	0,235	18,425	0,231	18,818	0,227	19,409
	0,250	16,036								
2,1	μ =	0,0207	0,237	17,818	0,230	19,122	0,225	19,636	0,222	20,200
2,2	0,246	16,483	0,234	18,365	0,227	19,795	0,222	20,273	0,218	20,972
2,3					0,222	20,447	0,218	21,000	0,214	21,745
2,4			0,230	18,895	0,220	21,078	0,214	21,727	0,211	22,500
2,5			0,227	19,389	0,216	21,505	0,212	22,374	0,208	23,209
			0,224	19,855						
2,6			μ =	0,0253	0,213	22,275	0,208	22,999	0,205	23,936
2,7			0,224	19,988	0,209	22,842	0,206	23,636	0,201	24,627
2,8							0,203	24,273	0,199	25,309
2,9					0,287	23,388	0,201	24,818	0,196	25,973
3,0					0,204	23,911	0,198	25,455	0,194	26,591
					0,202	24,413				
3,1					μ =	0,0311	0,196	25,909	0,192	27,245
3,2					0,200	29,942			0,190	27,855
							0,194	26,399		
3,4							0,192	27,382	0,186	29,055
							μ =	0,0356		
3,6							0,189	28,055	0,182	30,109
3,8										
4,0									0,179	31,091
4,1									0,177	31,818
									0,176	32,182
									μ =	0,414
									0,175	

TABELA 14

$$K = 2,2;\quad \sigma_c = 2500\ \text{kg/cm}^2;\quad h_0 = r\sqrt{\frac{M_D}{b}}\ ;\quad M_D = sb\,h_0{}^2;\quad \Omega_{aD} = \mu_D\,bh_0$$

Marca bet.	90		110		140		170		200	
μ_b %	r	s	r	s	r	s	r	s	r	s
0,2	0,673	2,205	0,671	2,218	0,670	2,230	0,669	2,236	0,668	2,241
0,3	0,554	3,259	0,553	3,284	0,550	3,313	0,550	3,327	0,546	3,336
0,4	0,482	4,277	0,480	4,325	0,478	4,374	0,477	4,382	0,478	4,418
0,5	0,435	5,264	0,433	5,338	0,430	5,423	0,429	5,445	0,428	5,564
0,6	0,401	6,248	0,399	6,325	0,396	6,431	0,392	6,454	0,393	6,518
0,7	0,374	7,138	0,371	7,285	0,367	7,479	0,366	7,491	0,364	7,519
0,8	0,352	8,020	0,349	8,213	0,345	8,403	0,344	8,473	0,342	8,559
0,9	0,334	8,873	0,331	9,116	0,327	9,356	0,325	9,455	0,324	9,556
1,0	0,321	9,691	0,317	9,993	0,313	10,288	0,310	10,364	0,308	10,533
1,1	0,308	10,476	0,304	10,842	0,300	11,199	0,298	11,345	0,296	11,400
1,2	0,298	11,229	0,294	11,663	0,288	12,087	0,286	12,255	0,283	12,436
1,3	0,289	11,945	0,283	12,456	0,277	12,959	0,276	13,155	0,274	13,370
1,4	0,281	12,631	0,275	13,222	0,268	13,801	0,267	14,007	0,264	14,284
1,5	0,274	13,282	0,268	13,961	0,262	14,625	0,260	14,891	0,257	15,173
1,6	0,268	13,900	0,262	14,673	0,256	15,429	0,252	15,727	0,250	16,009
1,7	0,262	14,484	0,254	15,356	0,248	16,210	0,246	16,527	0,243	16,923
1,8	0,257	15,053	0,250	16,013	0,244	16,970	0,241	17,364	0,238	17,764
1,9			0,245	16,642	0,239	17,708	0,235	18,090	0,232	18,600
2,0	0,253	15,554	0,239	17,245	0,235	18,425	0,231	18,818	0,227	19,409
	0,250	16,036								
2,1	μ =	0,0207	0,237	17,818	0,230	19,122	0,225	19,636	0,222	20,200
2,2	0,246	16,483	0,234	18,365	0,227	19,795	0,222	20,273	0,218	20,972
2,3					0,222	20,447	0,218	21,000	0,214	21,745
2,4			0,230	18,895	0,220	21,078	0,214	21,727	0,211	22,500
2,5			0,227	19,389	0,216	21,505	0,212	22,374	0,208	23,209
			0,224	19,855						
2,6			μ =	0,0253	0,213	22,275	0,208	22,999	0,205	23,936
2,7			0,224	19,988	0,209	22,842	0,206	23,636	0,201	24,627
2,8							0,203	24,273	0,199	25,309
2,9					0,287	23,388	0,201	24,818	0,196	25,973
3,0					0,204	23,911	0,198	25,455	0,194	26,591
					0,202	24,413				
3,1					μ =	0,0311	0,196	25,909	0,192	27,245
3,2					0,200	29,942			0,190	27,855
							0,194	26,399		
3,4							0,192	27,382	0,186	29,055
							μ =	0,0356		
3,6							0,189	28,055	0,182	30,109
3,8										
4,0									0,179	31,091
4,1									0,177	31,818
									0,176	32,182
									μ =	0,414
									0,175	

$$M'_A = M_N - M_D = 4,7 \text{ tm}$$

$$\Omega'_a = \frac{2,2 \times 470000}{60 \times 2500} = 6,9 \text{ cm}^2$$

$$\Omega_{atot} = 58,4 + 6,9 - \frac{20400 \times 2,2}{2500} = 47,3 \text{ cm}^2$$

In ipoteza 3°: armare simetrică.

Au ajutorul Tab. 12, pentru:

$$\frac{e}{h} = \frac{144}{66} = 2,18 \qquad n_r = \frac{20400 \times 2,2}{30 \times 66 \times 170} = 0,133$$

$$\mu = \mu' = 1,62\%$$

$$\Omega_a = \Omega'_a = 0,016 \times 30 \times 66 = 31,5 \text{ cm}^2$$

Armătura totală în cele trei cazuri este:

$$1^\circ.\ \Omega = 3,2 + 55,5 = 58,7 \text{ cm}^2$$

$$2^\circ.\ \Omega = 6,9 + 47,3 = \underline{54,2 \text{ cm}^2}$$

$$3^\circ.\ \Omega = 2 \times 31,5 = 63,0 \text{ cm}^2$$

Calculul după circulara germană, ar impune o mărire a secţiunii, dând o secţiune de fier neraţională:

$$\Omega_a = 51,8 \text{ cm}^2 \quad \text{şi} \quad \Omega'_a = 53 \text{ cm}^2$$

Verificând cu metodele sistemului rus, calculul după circulara germană dă în acest caz un coeficient de $K = 3,4$.

Calculul la compresiune excentrică a secţiunilor cu excentricitate mică: *grupa* 2.

In acest caz, armătura tensionată nu atinge limita de curgere. Termenul $(\beta + n_r)$ este în acest caz mai mic decât 0,575, iar separaţia între cele două grupe o constitue tocmai acest fapt, elementele cu $\beta + n_r < 0,575$ intrând în grupa 2-a, în timp ce elementele cu $\beta + n_r > 0,575$ intră în grupa 1 *a*.

Armătura Ω_a este sau tensionată slab, sau comprimată.

In ecuaţiile de echilibru, ce se pot scrie:

$$(\alpha)\ N_r - D - D_a + Z = 0$$

$$(\beta)\ N_r\, e - D_a (h_0 - a') - D (h_0 - \gamma\, x) = 0$$

intră în acest caz o necunoscută în plus: Z, care în acest caz nu mai poate fi înlocuit cu $\Omega_a\, \sigma_c$.

Dificultatea rezolvării sistemului care are în acest caz trei necunoscute se înlătură prin întroducerea unei relaţii empirice. S'a observat într'adevăr că pentru excentricităţi mici, independent de valoarea excentricităţii, momentul rezultantei compresiunilor în beton în raport cu armătura tensionată este $M = 0,4\, R_i\, b\, h_0^2$.

Inlocuind acest termen în relaţia (β), aceasta devine succesiv:

$$N_r . e - D_a (h_0 - a') - 0,4\, R_i\, b\, h_0^2 = 0$$

$$n_r\, c - \alpha' (1 - \delta') - 0,4 = 0$$

$$(\gamma) \qquad \underline{\underline{n_r\, c = \alpha' (1 - \delta') + 0,4}}$$

Pentru verificarea secţiunilor se foloseşte relaţia uşor de dedus:

$$N_r = \frac{0{,}4\, b\, h_0\, R_i + \Omega'_a\, \sigma_c\, (1 - \delta')}{c}, \quad K = \frac{N_r}{N}$$

Pentru armarea simetrică se folosesc evident Tab. 12 şi 13.

Exemplu de calcul:

Să se verifice secţiunea unui stâlp de cadru 35 × 60 cm, cu $\Omega'_a = 29{,}4$ cm² şi $\Omega_a = 6{,}3$ cm², din beton M 200 cu $\sigma_c = 2800$ kg/cm², supusă unui efort $N = 97{,}4$ t, care acţionează cu o excentricitate $e_m = 18$ cm. Se dă $a' = 4$ cm.

$$\text{Calculăm: } \delta = \frac{a'}{h_0} = \frac{4}{56} = 0{,}071, \quad c = \frac{e_0}{h} = \frac{18 + \frac{56}{2} - 4}{60} = 0{,}70$$

$$N_r = \frac{0{,}4 \times 35 \times 56 \times 180 + 29{,}4 \times 2800 \times 0{,}929}{0{,}7} = 309 \text{ t}$$

$$K = \frac{N_r}{N} = \underline{3{,}16}$$

Dimensionarea:

Pentru armătura comprimată se foloseşte formula:

$$\Omega'_a = \frac{KM + 0{,}5\, NK\, (h_0 - a') - 0{,}4\; b\, h_0^2\, R_i}{\sigma_c\, (h_0 - a')}$$

dedusă din relaţia fundamentală $n_r\, c = 0{,}4 + \alpha'\, (1 - \delta')$.

Pentru armătura tensională (sau comprimată slab), se dă relaţia

$$\alpha \geqslant \frac{n_r\, (1 - c - \delta') - 0{,}4}{1 - \delta'}$$, de unde prin înlocuiri se ajunge la

$$\Omega_a \geqslant \frac{0{,}5\; KN\, (h_0 - a') - KM - 0{,}4\, b\, h_0\, R_i}{\sigma_c\, (h_0 - a')}$$

Pentru armare simetrică:

$$\Omega_a = \Omega'_a = \frac{b\, h_0\, R_i}{\sigma_c} \cdot \frac{n_r\, c - 0{,}4}{1 - \delta'}$$, după cum se deduce foarte uşor din formula (γ).

Exemplu de calcul:

Să se determine armătura necesară, unei secţiuni de 35 × 60, din beton M 170, supusă unei forţe $N = 97{,}4$ t cu $e_m = 18$ cm.

(1) Luând armătura simetrică:

$$\beta = 0, \quad n_r = \frac{N_r\, K}{b\, h_0\, R_i} = 0{,}658 > 0{,}575$$

Intrăm deci în grupa (2).

Folosim Tab. 12 şi 13:

$$\frac{e}{h} = \frac{18}{60} = 0{,}3\;; \quad \delta' = \frac{a}{h} = \frac{4}{60} = 0{,}07\; h \cong 0{,}08\; h.$$

Din Tab. 13 rezultă:

$$\mu = \mu_1 = 0{,}99\%$$

$$\Omega_a = \Omega'_a = 0{,}99 \times \frac{35 \times 60}{100} = 21{,}2 \text{ cm}^2.$$

In cazul armăturii nesimetrice:

$$\Omega'_a = \frac{KM + 0{,}5\, KN\,(h_0 - a') - 0{,}4\, b\, h_0^2\, R_i}{\sigma_c\,(h_0 - a')} = 20{,}1 \text{ cm}^2$$

$$\Omega_a = \frac{0{,}5\, KN\,(h_0 - a') - KM - 0{,}4\, b\, h_0^2\, R_i}{\sigma_c\,(h_0 - a')} < 0$$, ceiace înseamnă că nu există armătură în zona puţin solicitată.

După T. Y. H. cantitatea de armătură pe una din laturi, nu trebuie să fie mai mici de 0,2% din secţiunea de calcul

$$\Omega_a \geqslant 0{,}002\; b\, h_0 \geqslant 0{,}02 \times 35 \times 56 = 3{,}93 \text{ cm}^2.$$

Concluzii.

Din cele de mai sus, se pot trage, în mod clar, câteva concluzii:

a) Sistemul de calcul rus prezintă avantajul unei clarităţi de ordin teoretic, permiţând şi o mai raţională utilizare a fierului şi a betonului, prin faptul că dă o imagine mai clară a repartizării rezistenţelor între beton şi armătură.

Existenţa unui coeficient de siguranţă unitar, — acelaşi pentru beton şi fier — prezintă iarăşi un avantaj de claritate pentru inginerul proiectant.

b) Din punct de vedere practic calculul se conduce de o manieră similară cu calculul după sistemul german. Rezultatul acestui calcul este o oarecare economie de beton şi fier, fapt care reiese din exemplele tratate.

In cazul că această economie ar fi, eventual, dăunătoare construcţiei fiindcă, de exemplu, unele acţiuni, cum este acţiunea cutremurelor, acţiune de care nu se ţine seama în calculele curente, ar putea fi mai puternică la noi în ţară şi ar putea primejdui o construcţie calculată astfel, se poate lucra cu coeficienţi de siguranţă mai mari.

In modul acesta, calculul după sistemul rus, ar putea da rezultate şi mai apropiate încă de calculul clasic.

Ing. *Corneliu Georgescu*

SUMARELE REVISTELOR

THE ENGINEER, *Nr. 4695, 4 Ianuarie 1946.* — Aeronautica în 1945 (I). — Vehicule de luptă blindate. — Bomba atomică. — Ingineria civilă în 1945 (I). — Cărbunele în 1945 (I). — Construcțiile navale în 1945 (I). — Locomotive de cale ferată, în 1945 (I). — Construcția de vase și ingineria marină în 1945 (I). — Perfecționări tehnice la flota navală (I).

Idem, *Nr. 4696, 11 Ianuarie 1946:* Turbine cu gaz engleze. — Fabricarea de calibre și scule. — Aeronautica în 1945 (II). — Dispozitive de războiu engleze, în 1945 (I). — Ingineria civilă în 1945 (II). — Cărbunele în 1945 (II). — Construcțiile navale în 1945 (II). — Locomotive de cale ferată în 1945 (II). — Construcția de vase și ingineria marină în 1945 (II). — Perfecționări tehnice la flota navală (II). — Expoziția fabricanților de calibre și de scule (I). — Deschiderea aeroportului Heathrow. — Expoziția Societății de Fizică (I).

Idem, *Nr. 4697, 18 Ianuarie 1946:* Oameni și mine. — Experiența docet. — Aeronautica în 1945 (III). — Dispozitive de războiu engleze în 1945 (II). — Ingineria civilă în 1945 (III). — Electrotehnica în 1945 (I). — Construcția de vase și ingineria marină în 1945 (III). — Carlinga pentru tun Bristol. — Expoziția fabricanților de calibre și de scule (II). — Expoziția Societății de Fizică (II). — Planuri pentru industria minieră a cărbunilor.

N. Ș.

GAZETA MATEMATICĂ, Anul LI, *1945, Nr. 1 din Septemvrie.* Număr festiv cu ocazia împlinirii a 50 ani de apariție: Lista membrilor Societății « Gazeta Matematică ». — Membrii decedați. — *G-ral Gh. Buicliu,* Cincizeci de ani de apariție a revistei « Gazeta Matematică ». — *G-ral Gr. Zapan,* Divizibilitatea numerelor și expresiunilor numerice. — *I. V. Măties,* Asupra unor congruențe. — *I. Ionescu,* Triunghiul cu două bisectoare egale. — *M. Nicolescu,* Egalitatea a două poligoane convexe. — *Em. Morțun,* Câteva proprietăți ale cercurilor adjuncte. — *G. D. Simionescu,* Triunghiuri asemenea și omoloage. — *A. Dobrescu,* Despre triunghiurile polare asemenea cu un triunghiu dat. — *V. Alaci,* O metodă simplă pentru a stabili relații remarcabile într'un triunghiu. — *C. Mihu,* Relații metrice între laturile unui poligon regulat. — *Ș. Gheorghiu,* O relație metrică remarcabilă. — *I. V. Vasiliu,* Asupra sferelor tangente la patru sfere date. — *N. Ciorănescu,* Triunghiuri asimetrice în scară și șiruri recurente. — *T. Popoviciu,* Asupra unor inegalități. — *C. Ionescu Bujor,* Asupra unor diferențe. — *O. V. Ionescu,* Aplicațiuni asupra determinanților funcționali. — *Th. Anghelúță,* Transformarea circulară caracterizată printr'o ecuație funcțională. — *G-ral Gh. Buicliu,* O problemă dela începuturile « Gazetei Matematice ». — *N. Abramescu,* Asupra unei clase de curbe care generalizează conicele. — *Lt.-col. M. I. Focșeneanu,* In legătură cu centrele de curbură ale conicelor. — *N. N. Mihăileanu,* Varietăți osculatoare la o curbă normală parabolică. — *M. Nicolau,* Teorema ortopolului ca o consecință a unei figuri spațiale. — *Ad. Gheorghiu,* O problemă de geometrie descriptivă. — *I. Chițulescu,* Problema fundamentală a geometriei cotate. — *E. Vișa,* Asupra axiomei lui Pash. — *Gabriela Țițeica,* Studiul trecerii din stare de repaos în stare de mișcare a unui cilindru reze-

mat cu frecare pe un plan înclinat. — *Al. Stoenescu*, Generalizarea formulei lui Binet. — *T. Vescan*, Notă despre o formulă de deplasare a liniilor spectrale în mecanica newtoniană. — *Al. A. Roșu*, Matematica și impozitele. — *P. Sergescu*, Inceputurile publicistice ale lui G. Țițeica. — *O. Barbilian*, Cea dintâi colaborare străină la « Gazeta Matematică ». — *V. Marian*, Ion Bozoceanu. — *Al. Roșu* și *D. Stan*, Premiile și alte dispozițiuni ale fondurilor « Gazetei Matematice ». — *Delegația Societății*, Concursul « Gazeta Matematică » din 1946. — *Comisia pentru premii*, Raport pentru acordarea premiului « General Scarlat Panaitescu ».

Idem, Nr. 2, din Octomvrie 1945: Delegația Societății, Programul serbării semicentenarului revistei « Gazeta Matematică ». — *I. Ionescu*, Triunghiul cu două bisectoare egale (urmare). — *Dan Barbilian*, O problemă de structură.

Idem, Nr. 3, din Noemvrie 1945: Dr. Ing. *I. Linteș*, Asupra distribuției numerelor prime. — *Tiberiu Popoviciu*, Asupra indicatorilor. — *I. Ionescu*, Triunghiul cu două bisectoare egale (urmare și sfârșit). — *Comisiunea pentru premii*, Raport pentru decernarea premiului « V. Conta ».

Idem, Anul LI, *Nr. 5, din Ianuarie 1946: I. B. Florescu*, Două teoreme asupra indicatorilor în legătură cu progresiile aritmetice. — *C. Ionescu-Bujor*, Asupra generalizării polarității. — *Comisiunea pentru premii*, Raport pentru decernarea premiului « Nicolae G. Botea ».

Idem, *Nr. 6, din Februarie 1946: P. Sergescu*, Raportul prezentat Adunării generale extraordinare din 26 Noemvrie 1945 a « Gazetei Matematice » asupra serbărilor semicentenarului ei. — *C. Ionescu-Bujor*, Ședința festivă din ziua de 27 Octomvrie 1945. — *Lt.-C-dor Aur. I. Stan*, Darea de seamă asupra ședinței publice din marele amfiteatru al Politehnicei București. — Arh. *Ad. Gheorghiu*, Darea de seamă asupra Expoziției cărții românești de matematică. — *Alex. A. Roșu*, Dare de seamă asupra mesei comune din ziua de 28 Octomvrie 1945 și asupra vizitei făcută în după amiaza aceleiași zile acasă la d-l Profesor Ion Ionescu. — Răspunsul *M. S Regelui* la telegrama de omagiu al Societății « Gazeta Matematică ». — *N. gN Mihăileanu*, Dare de seamă asupra primirii participanților la al treilea Conres al Matematicienilor, în localul « Gazetei Matematice » — *N. Ciorănescu*, Matemaica. și cultura. — *D. A. Stan*, Semicentenarul « Gazetei Matematice ». — *G. D. Simionescu*, Matematica și învățământul secundar. — *P. Sergescu*, Note din trecutul matematicei la Români.

Idem, *Nr. 7, din Martie 1946 : Delegația Societății*, Raport asupra mersului Societății « Gazeta Matematică » pe anul 1945, în Adunarea generală dela 25 Februarie 1946. — *G. D. Simionescu*, Asupra unor triunghiuri Γ. — *Delegația Societății*, Regulamentul premiului de « Istoria Matematicei ». — *Comisiunea pentru premii*, Raportul comisiunii pentru premiul de aritmetică.

Idem, *Nr. 8, din Aprilie 1946: G-ral Gh. Buicliu*, O aniversare. — *G. D. Simionescu*, Asupra unor triunghiuri Γ (urmare și sfârșit). — *Paul Montel*, Matematicienii români în Franța. — *Comisiunea pentru premii*, Raportul comisiunii pentru premiul « Ing. Alexandru Roșu ».

NATURA, Anul XXXIV, *1945, Nr. 10, din Octomvrie: O. Ionescu-Bujor*, Despre structura materiei cristalizate și determinarea ei cu ajutorul razelor Röentgen. — *V. Mihăilescu*, Unitatea rețelei hidrografice românești. — *A. I. Velculescu*, Developarea fizică a plăcilor fotografice. — *E. V. Niculescu*, Curiozități în alimentarea omului. — *I. Lupe*, Afinul, plantă medicinală și alimentară.

Idem, *Nr. 11—12, din Noemvrie-Decemvrie: Prof. G. Ionescu-Sisești*, Institutul de Cercetări Agronomice al României. — *G. Demetrescu*, Astronomia în miracolul elen. — Prof. *R. Vlădescu*, Constituția chimică a materiei vii. — Ing. *Gh. Rado*, Probleme fiziologice ce se pun constructorilor de avioane. — Prof. Dr. *E. Macovschi*, Substanțe cu molecule vii.

M. S